Aufgabe 1 (Allgemeiner Funktionsbegriff)

Seien die Mengen $A := \{1, 2, 3, 4, 5\}$ und $B := \{1, 3, 5, 7\}$ gegeben.

a) Bei welchen der folgenden Mengen handelt es sich um den Graphen einer Funktion $f : A \to B$? Begründen Sie Ihre Antwort.

   i) $G_1 := \{(1, 1), (2, 3), (5, 7)\}$
   ii) $G_2 := \{(1, 1), (1, 3), (2, 3), (3, 5), (4, 5), (5, 7)\}$
   iii) $G_3 := \{(1, 1), (2, 5), (3, 5), (4, 7), (5, 7)\}$

b) Geben Sie den Graphen einer konstanten Funktion von A nach B an. Wie viele verschiedene konstante Funktionen gibt es?

c) Wie viele verschiedene Funktionen von A nach B gibt es?

Aufgabe 2 (Differentialrechnung)

Bestimmen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen.

a) $f_1(x) := 2x^3 + 5x^2 - 4x + 3$

b) $f_2(x) := \ln(x) \cdot (x^3 + x)$

c) $f_3(x) := \dfrac{\exp(x)}{2 - x^2}$

d) $f_4(x) := \sum_{i=1}^{10} 2^i x^i$

e) $f_5(x) := \ln\big(f_4(x)^4\big)$

f) $f_6(x) := 0.5 \cdot 12^x + 3$

g) $f_7(x) := \exp(\sqrt{f_6(x)})$

h) $f_8(x) := x^x$

Aufgabe 3 (Optimierung)

Ein Schäfer möchte für seine Herde ein möglichst großes, rechteckiges Weidegebiet einzäunen. Ihm stehen insgesamt 300 Meter Zaun zur Verfügung. Wie muss er die Seitenlängen des Zaunes wählen, um die maximale Fläche zu garantieren?