

Aufgabe 1 (Vermischtes)

Berechnen bzw. vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke:

a) $\frac{b^2xy - bx^2y}{5b^2 - 5bx}$

c) $\frac{b^{m+2} \cdot a \cdot c^n \cdot d^{-n}}{a^2 \cdot b^2 \cdot c^n}$

e) $\frac{1}{3} \ln(x) - \frac{1}{9} \ln(x^3)$

b) $\frac{(4cd)^m}{(2c)^m}$

d) $\sqrt[8]{b^{\frac{4}{5}}}$

f) $\sum_{i=1}^5 (i^2 - 1)$

Aufgabe 2 (Brüche)

Berechnen Sie die folgenden Brüche und vereinfachen Sie diese soweit wie möglich:

a) $\frac{16x^2 - 25y^2}{8x - 10y}$

b) $\frac{7b - 7a}{a^2 + b^2 - 2ab}$

c) $\frac{2ab}{3c} \cdot \frac{5ac}{2a}$

Aufgabe 3 (Potenzen und Logarithmus)

Verwenden Sie die Potenz- bzw. Logarithmusgesetze, um die folgenden Ausdrücke zu vereinfachen:

a) $x^{3m-1} \cdot x^{m-4} \cdot y^3$

c) $\log_b(a^2) + \log_b(a)$

b) $\frac{(q^2 - 36p^2)^{v+1}}{(q+6p)^{v+1}}$

d) $(\ln(x) + 2 \cdot \ln(y)) - (\frac{1}{2} \cdot \ln(y) + 2 \cdot \ln(x))$

Aufgabe 4 (Summen- und Produktzeichen)

a) Schreiben Sie die folgenden Summen mit Hilfe des Summenzeichens:

i) Summe der ersten n natürlichen Zahlenii) Summe der ersten n Quadratzahleniii) Summe der ersten n geraden natürlichen Zahlen

b) Berechnen Sie die folgenden Summen:

i) $\sum_{j=1}^5 4j - 1$

ii) $\sum_{k=0}^4 (2^k - 3)$

iii) $\sum_{v=2}^6 (v^2 + 1)^2$

c) Sind die folgenden Gleichheiten korrekt?

i) $\sum_{k=1}^n (5k + 2) \stackrel{?}{=} 5 \sum_{k=1}^n k + 2n$

iii) $\sum_{k=2}^{n+1} (k-1)^2 \stackrel{?}{=} \sum_{k=2}^n (k-1)^2 + ((n+1)-1)^2$

ii) $\ln\left(\prod_{l=1}^n \frac{2l}{3}\right) \stackrel{?}{=} \sum_{l=1}^n (\ln(2l) - \ln(3))$

iv) $\prod_{i=1}^n \lambda e^{-\lambda x_i} \stackrel{?}{=} \lambda^n \cdot e^{-\lambda \sum_{i=1}^n x_i}$

Aufgabe 5 (Gleichungen)

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen:

a) $\frac{3x-2}{3x+1} = \frac{1}{2}$

c) $5 - 3 \cdot |x - 6| \leq 3x - 7$

b) $x + |x - 1| = 3$

d) $e^{2x+4} - e^{x-1} = 0$

Aufgabe 6

Schwer bepackt ein Eselchen ging und des Eselchen Mutter

und die Eselin seufzte schwer, da sagte das Söhnlein:

Mutter, was klagst und stöhnst du wie ein jammerndes Mägdelein;

Gib ein Pfund mir ab, so trag' ich die doppelte Bürde,

Nimmst Du es aber von mir, gleich viel haben wir dann beide.

Rechne mir aus, wenn Du kannst, mein Bester, wie viel sie getragen!¹

¹aus Euclidis opera omnia, Ed. Heiberg und Menge, Band VIII, S. 286.