Aufgabe 1 (de Morgan'sche Regeln)

Zeigen Sie die de Morgan'schen Regeln anhand von Venn-Diagrammen:

a) $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

b) $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

Hinweis:
Gehen Sie dabei beispielsweise für a) wie folgt vor:
Stellen Sie für den Ausdruck $\overline{A \cup B}$ zunächst $A \cup B$ dar und daraufhin dessen Komplement. Für $\overline{A} \cap \overline{B}$ stellen Sie zunächst $\overline{A}$ und $\overline{B}$ und darauf deren Durchschnitt dar.

Aufgabe 2 (Verknüpfungen von Mengen)

Gegeben seien die Mengen C und D wie folgt:
$C = \{1, 2, 3, ..., 20\}$, $D = \{11, 12, 13, ..., 30\}$
Zusätzlich soll für die Grundgesamtheit gelten: $\Omega = \{1, 2, 3, ..., 30\}$
a) Geben Sie die folgenden Mengen explizit an:

i) $E_1 = C \cup D$

ii) $E_2 = C \cap D$

iii) $E_3 = (C \cup D) \setminus (C \cap D)$

iv) $E_3 = (C \cap D) \setminus (C \cup D)$

v) $E_3 = (C \cup D) \setminus \overline{(C \cap D)}$

b) Überprüfen Sie die folgenden Aussagen auf ihren Wahrheitsgehalt

i) $C \subset D$

ii) $D = \Omega \setminus C$

iii) $C = \Omega \setminus \overline{D}$

iv) $|C| = |D|$

v) $|\overline{C}| = |\Omega| - |\overline{D}|$

vi) $\Omega \setminus (C \cup D) = \{\}$

vii) $C \cup (\Omega \setminus (C \cup D)) = C$

Aufgabe 3 (Mengen formulieren)

Formulieren Sie die folgenden Mengen mathematisch:

i) Die Menge der (reellen) Zahlen größer als 5.

ii) Die Menge der (reellen) Zahlen größer als eine beliebige natürliche Zahl.

iii) Die Menge der ungeraden natürlichen Zahlen.

iv) Die Menge der ungeraden ganzen Zahlen.

v) Die Menge der Teiler einer beliebigen natürlichen Zahl.

vi) Eine interessante Beispielmenge, die Sie sich selbst ausgedacht haben.

Hinweis:

1. Wollen sie Aussagen über beliebige Zahlen machen, so geben Sie diesen einen Namen. Für eine beliebige natürliche Zahl könnte das bspw. so lauten: „Sei $k \in \mathbb{N}$."
2. Die Menge der geraden (natürlichen) Zahlen ließe sich bspw. formulieren als: $\{ \, y \mid y = 2x \text{ für ein } x \in \mathbb{N} \, \}$.