

## 3.2 Indexzahlen der Preismessung und verwandte Größen

### 3.2.1 Indexzahlen

(Vgl. Kap. 2.2.4): Indizes als Kombination verschiedener Indikatoren. Somit ist ein Index eine kollektive Kennzahl, die durch Kombination verschiedener Größen gebildet wird.

*Indexzahlen im engeren Sinn* sind spezielle Indizes, die sich als (gewichtetes) arithmetisches Mittel aus Messzahlen ergeben. Hier werden v.a. Preis-, Mengen- und Umsatzindexzahlen betrachtet; gängiger ist die Bezeichnung Preis-, Mengen- und Umsatz*indizes*.

### 3.2.2 Preisindizes und verwandte Indizes

Betrachte  $n$  Wirtschaftsgüter und für jedes Gut  $i$ ,  $i = 1, \dots, n$

- die Zeitreihe der Preise  $p_0^{(i)}, p_1^{(i)}, \dots, p_t^{(i)}, \dots$ ,
- die Zeitreihe der Verbrauchsmengen  $q_0^{(i)}, q_1^{(i)}, \dots, q_t^{(i)}, \dots$ ,
- die Zeitreihe der Umsätze  $u_0^{(i)}, u_1^{(i)}, \dots, u_t^{(i)}, \dots$  mit  $u_t^{(i)} = p_t^{(i)} q_t^{(i)}$  und
- die Zeitreihen der Preis-, Mengen- und Umsatzmesszahlen zur Basisperiode 0,

sowie

- eine Zeitreihe  $g_0, g_1, \dots, g_t, \dots$  von Gewichtsvektoren der Güter  $i = 1, \dots, n$  der Form  $g_t = \left( g_t^{(1)}, g_t^{(2)}, \dots, g_t^{(i)}, \dots, g_t^{(n)} \right)^T$  mit  $g_t^{(i)} \geq 0$  für alle  $i = 1, \dots, n$  und  $\sum_{i=1}^n g_t^{(i)} = 1$ .

**Def. 3.1.**

Die Größe  $U_{0,t} = \frac{\sum_{i=1}^n u_t^{(i)}}{\sum_{i=1}^n u_0^{(i)}} = \frac{\sum_{i=1}^n p_t^{(i)} q_t^{(i)}}{\sum_{i=1}^n p_0^{(i)} q_0^{(i)}}$  heißt Umsatzindex.

**Def. 3.2.**

i) In der obigen Situation heißt

$$P_{0,t} = \sum_{i=1}^n \frac{p_t^{(i)}}{p_0^{(i)}} g_t^{(i)}$$

Preisindex zur Gewichtsfunktion  $g_t$ .

ii) Wählt man als Gewichte

$$g_t^{(i)} \equiv \frac{p_0^{(i)} q_0^{(i)}}{\sum_{l=1}^n p_0^{(l)} q_0^{(l)}},$$

so heißt der zugehörige Index

$${}_L P_{0,t} = \frac{\sum_{i=1}^n p_t^{(i)} q_0^{(i)}}{\sum_{i=1}^n p_0^{(i)} q_0^{(i)}}$$

Preisindex nach Laspeyres.

iii) Wählt man hingegen für jedes  $t$

$$g_t^{(i)} = \frac{p_0^{(i)} q_t^{(i)}}{\sum_{l=1}^n p_0^{(l)} q_t^{(l)}},$$

so heißt der zugehörige Index

$${}_P P_{0,t} = \frac{\sum_{i=1}^n p_t^{(i)} q_t^{(i)}}{\sum_{i=1}^n p_0^{(i)} q_t^{(i)}}$$

Preisindex nach Paasche.

- iv) Die Größe  ${}_F P_{0,t} = \sqrt{{}_L P_{0,t} \cdot {}_P P_{0,t}}$  heißt Preisindex nach I. Fisher,  
 die Größe  ${}_D P_{0,t} = 1/2 ({}_L P_{0,t} + {}_P P_{0,t})$  Preisindex nach Drobisch.

${}_L P_{0,t}$  und  ${}_P P_{0,t}$  haben die Form:  $\frac{\sum_{i=1}^n p_t^{(i)} \tilde{q}^{(i)}}{\sum_{i=1}^n p_0^{(i)} \tilde{q}^{(i)}}$ , wobei  $\tilde{q}^{(i)}$  gegeben ist durch:

- Preisindex nach Laspeyres:  $\tilde{q}^{(i)} = q_0^{(i)}$ ,  $i = 1, \dots, n$  (Warenkorb der Basisperiode)
- Preisindex nach Paasche:  $\tilde{q}^{(i)} = q_t^{(i)}$ ,  $i = 1, \dots, n$  (Warenkorb der Berichtsperiode)
- Für  $\tilde{q}^{(i)} = \frac{1}{(t+1)} \sum_{\tau=0}^t q_\tau^{(i)}$ ,  $i = 1, \dots, n$ , erhält man den Preisindex nach Löwe.
- Wählt man  $\tilde{q}^{(i)} = 1/2 (q_0^{(i)} + q_t^{(i)})$  bzw.  $\tilde{q}^{(i)} = q_0^{(i)} + q_t^{(i)}$ , führt dies auf den Preisindex nach Marshall-Edgeworth.
- Der Fall  $\tilde{q}^{(i)} \equiv 1$  wird als Preisindex nach Dutot bezeichnet.

### 3.2.3 Der Verbraucherpreisindex

Preisindizes des Statistischen Bundesamtes in Deutschland:

- (Harmonisierter) Verbraucherpreisindex ((H)VPI)
- Index der Einzelhandelspreise
- verschiedene Indizes für Erzeugerpreise
- Index der Großhandelsverkaufspreise
- Indizes für Außenhandelspreise



Der VPI (siehe auch <https://www.destatis.de/DE/ZahlenFakten/GesamtwirtschaftUmwelt/Preise/Verbraucherpreisindizes/Verbraucherpreisindizes.html>, aufgerufen am 15.11.2016 Statistisches Bundesamt):

- gesamtwirtschaftliche Kennzahl
- misst durchschnittliche Preisentwicklung aller Waren und Dienstleistungen, die von privaten Haushalten für Konsumzwecke gekauft werden
- zentraler Indikator der Geldwertentwicklung in Deutschland:
  - \* Grundlage für Lohnverhandlungen und Wertsicherungsklauseln
  - \* Deflationierung in der Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung (VGR)
- Berechnung der Inflationsrate:

$$I(t) = \frac{\text{VPI}(t) - \text{VPI}(t - 1)}{\text{VPI}(t - 1)}$$

## Berechnung des VPI (Laspeyres-Index):

- monatlich werden über 300 000 Einzelpreise von Waren und Dienstleistungen eines bestimmten Warenkorbtes erhoben
- Güter des Warenkorbtes werden in ca. 700 Güterarten eingeteilt
- für jede Gütergruppe  $i$  wird eine durchschnittliche Preismesszahl  $\frac{p_t^{(i)}}{p_0^{(i)}}$  bestimmt
- als Gewichte  $g_t^{(i)}$  werden die Ausgabenanteile der Güterarten an den Haushaltsausgaben in der Basisperiode verwendet (sog. Wägungsschema)

## Anpassungen der Berechnungsgrundlage:

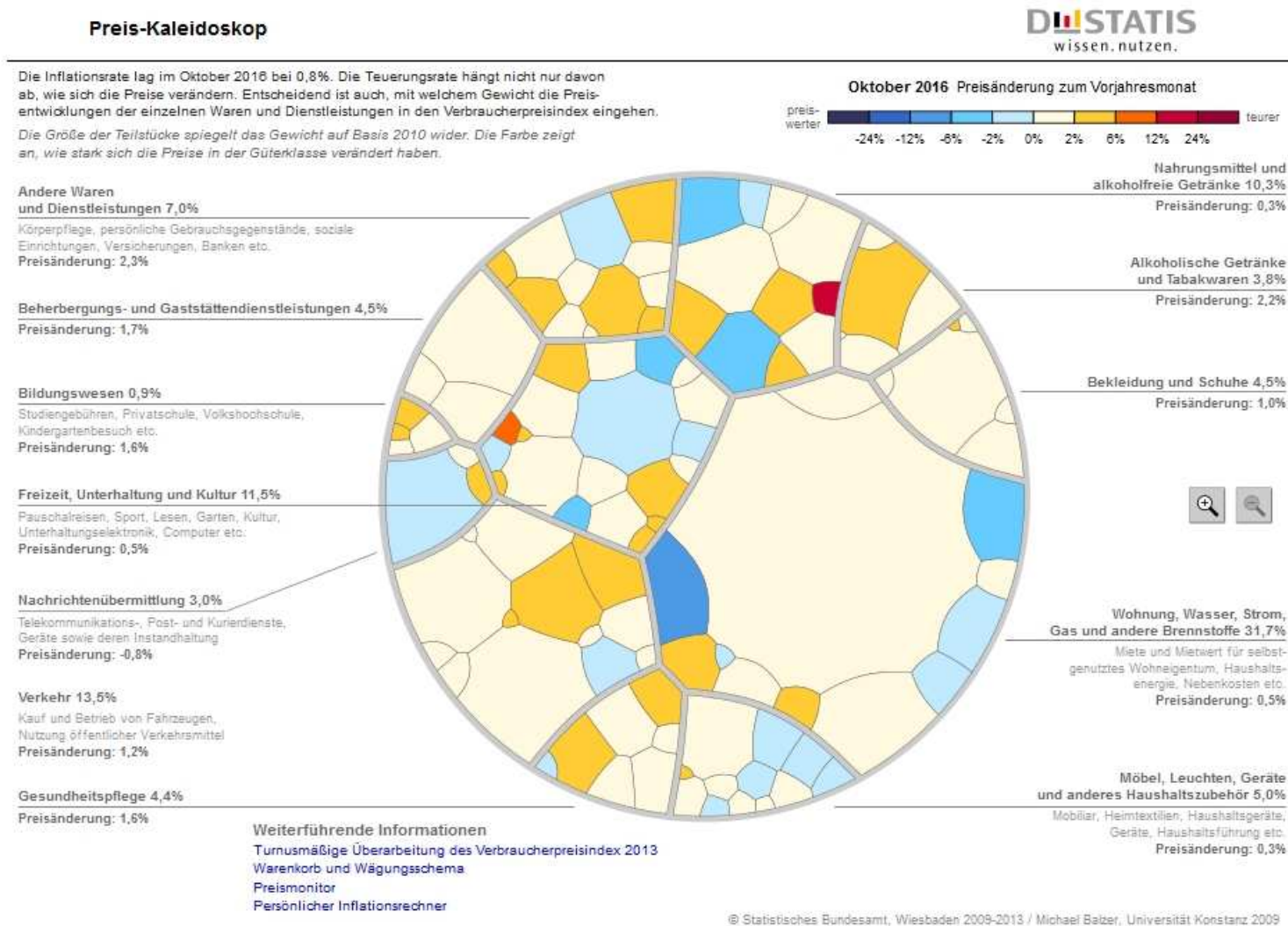
- Warenkorb wird ständig angepasst
- <http://www.destatis.de/Voronoi/PreisKaleidoskop.svg>, aufgerufen am 15.11.2016  
Wägungsschema wird alle 5 Jahre aktualisiert

(siehe auch <https://www.destatis.de/DE/ZahlenFakten/GesamtwirtschaftUmwelt/Preise/Verbraucherpreisindizes/Verbraucherpreisindizes.html>, aufgerufen am 15.11.2016 Statistisches Bundesamt)

- 600 Preiserheber in 188 Gemeinden, ergänzt um zentrale Preiserhebung (Internet, Kataloge), in München wird die Erhebung vom Statistischen Amt der Stadt München durchgeführt, siehe Vortrag Frau Thien-Seitz.
- VPI wird monatlich veröffentlicht. Vorläufige Schätzung bereits spätestens zwei Arbeitstage vor Ablauf des Monats, endgültige Ergebnisse um die Monatsmitte des Folgemonats.
- Der Warenkorb wird laufend aktualisiert, damit immer diejenigen Gütervarianten in die Preisbeobachtung eingehen, welche von den Konsumenten aktuell häufig gekauft werden. Die Auswahl von konkreten Produkten für die Preisbeobachtung erfolgt in Form von repräsentativen Stichproben: repräsentative Städte, repräsentative Geschäfte, am häufigsten verkaufte Produkte eines Produkttyps, Die Gewichte für die einzelnen Gütertypen im Wägungsschema sind bei Laspeyres-Index aber natürlich

fix!

- Wenn das Wägungsschema alle 5 Jahre aktualisiert wird, werden die Ausgabenanteile für Wägungsschema anhand der Einkommens- und Verbraucherstichprobe (Haushaltsbudgeterhebung von 60 000 freiwilligen Teilnehmern) erhoben
- Februar 2013: Umstellung des Wägungsschemas auf Basisjahr 2010, aber nur geringe Änderungen der Ausgabenanteile. Am deutlichsten hat sich der Anteil rund um das Wohnen verändert: Für Mieten einschließlich Haushaltsenergie betrug der durchschnittliche Anteil an den gesamten Verbrauchsausgaben bisher 30,8%, im aktuellen Wägungsschema weist dieser Posten einen gestiegenen Anteil von 31,7% auf.  
→ Link <https://www.destatis.de/DE/ZahlenFakten/Indikatoren/Konjunkturindikatoren/Preismonitor/Preismonitor.html>, aufgerufen am 15.11.2016 Preismonitor



**Verbraucherpreisindex für Deutschland - Wägungsschema**

Basisjahr 2010

SEA -VPI <sup>1)</sup>	Bezeichnung	Angaben in Promille
<b>Verbraucherpreisindex insgesamt</b> ..... 1000		
01	Nahrungsmittel und alkoholfreie Getränke .....	102,71
02	Alkoholische Getränke und Tabakwaren .....	37,59
03	Bekleidung und Schuhe .....	44,93
04	Wohnung, Wasser, Strom, Gas und andere Brennstoffe .....	317,29
05	Möbel, Leuchten, Geräte u.a. Haushaltszubehör .....	49,78
06	Gesundheitspflege .....	44,44
07	Verkehr .....	134,73
08	Nachrichtenübermittlung .....	30,10
09	Freizeit, Unterhaltung und Kultur .....	114,92
10	Bildungswesen .....	8,80
11	Beherbergungs- und Gaststätdienstleistungen .....	44,67
12	Andere Waren und Dienstleistungen .....	70,04
<b>01 Nahrungsmittel und alkoholfreie Getränke</b> ..... 102,71		
011	Nahrungsmittel .....	90,52
0111	Brot und Getreideerzeugnisse .....	17,35
	Reis	Nudelfertigericht
	Weißbrot	Tortenboden
	Toastbrot	Kuchen oder Torte, tiefgefroren
	Roggenbrot oder Mischbrot	Hefegebäck
	Körnerbrot oder Vollkornbrot	Kuchen oder Torte, frisch
	Knäckebrötchen	Pizza
	Frische Brötchen	Weizenmehl
	Brötchen zum Fertigbacken	Haferflocken
	Zwieback	Grieß, Roggenmehl oder Ähnliches
	Kekse	Backmischung für Kuchen
	Salzstangen oder andere Dauerbackwaren	Cornflakes, Müsli oder Ähnliches
	Nudeln	
0112	Fleisch und Fleischwaren .....	20,76
	Rindfleisch zum Kochen	Wurstaufschnitt
	Roulade oder Lende vom Rind	Leberwurst oder Blutwurst
	Rindfleisch zum Schmoren oder Braten	Wurstkonserve
	Kalbfleisch	Gekochter Schinken o.a. gegartes Fleisch
	Kotelett oder Schnitzel vom Schwein	Roher Schinken, Schinkenspeck oder Bauchspeck
	Kassler oder anderes Schweinefleisch	Leber oder andere Innereien
	Schweinebraten	Feinkostsalat auf Fleischbasis
	Lammfleisch	Tiefgefrorenes Fleischfertiggericht
	Frisches Geflügelfleisch	Fleischfertiggericht in Konserven
	Tiefgefrorenes Geflügelfleisch	Gyros oder andere fertige Fleischpfanne
	Salami, Cervelatwurst oder andere Dauerwurst	Kaninchenfleisch oder anderes Wildfleisch
	Fleischwurst	Hackfleisch
	Bratwurst	
0113	Fisch und Fischwaren .....	3,65

Abbildung 2: <https://www.destatis.de/DE/ZahlenFakten/GesamtwirtschaftUmwelt/> aufgerufen am 18.11.2016

- Erweiterung des Warenkorbs (Verwendung der aktuellen Mengen des neuen Guts als fiktive Menge in der Basisperiode bei Laspeyres); Substitution einer Ware; Gesamtindex als gewogenes Mittel (mit Umsatzanteilen) aus Subindizes.

### 3.2.4 Hedonische Methoden in der Preismessung

- Ziel des VPI: Messung der *reinen* Preisentwicklung
- Grund für die Preisveränderung eines Gutes kann die Veränderung der Qualität sein
- qualitätsbezogene Preisveränderungen sollen aus VPI herausgerechnet werden
- es gibt verschiedene Methoden der Qualitätsbereinigung
- Verfahren der Qualitätsbereinigung, die auf einem Regressionsmodell beruhen:
  - \* Zeitvariablenmethode
  - \* Imputationsmethode



- Grundidee der hedonischen Methoden: man kann ein Gut in einzelne Qualitätsmerkmale zerlegen, die den Verkaufspreis bestimmen
- Modellierung des Zusammenhangs zwischen Qualitätsmerkmalen und Verkaufspreis mittels eines Regressionsmodells
- Verfahren eignen sich besonders für technische Güter, die einem schnellen Wandel unterliegen und nicht über längeren Zeitraum in identischer Form beobachtet werden können.
- Einsatz hedonischer Methoden für PCs, Gebrauchtwagen, Häuserpreisindex, EDV-Investitionsgütern, Waschmaschinen oder Fernseher (auf Ebene der regionalen Indizes) (siehe <https://www.destatis.de/DE/ZahlenFakten/GesamtwirtschaftUmwelt/Preise/HedonischeMethodenUebersicht.html>, aufgerufen am 15.11.2016 Statistisches Bundesamt)
- Einsatz hedonischer Methoden bei der Preisindexberechnung des Statistischen Bundesamts z.B. für PCs oder Gebrauchtwagen: lineare Regression
- Statistisches Bundesamt verwendet Imputationsmethode (siehe <https://www.destatis.de/DE/Publikationen/WirtschaftStatistik/Archiv/WirtschaftStatistikArchiv.html>, aufgerufen am 15.11.2016 Linz, S. & Eckert, G. (2002)), basierend auf linearem Regressionsmodell für die logarithmierten Preise.

## **Imputationsmethode:**

**Zeitvariablenmethode:**

- Daten (Qualitätsmerkmale  $x_1, \dots, x_d$  und Preise) aus 2 verschiedenen Zeiträumen
- Dummy-Variable für den Zeitraum:

$$D_t = \begin{cases} 0, & \text{Basisperiode } t = 0 \\ 1, & \text{Berichtsperiode } t = s \end{cases}$$

- Regressionsanalyse:  $\log(p) = \beta_0 + \sum_{j=1}^d \beta_j x_j + \gamma D_t + \varepsilon$
- prozentuale qualitätsbereinigte Preisänderung zwischen  $t = 0$  und  $t = s$ :

$$\frac{\hat{p}_{s,\mathbf{x}} - \hat{p}_{0,\mathbf{x}}}{\hat{p}_{0,\mathbf{x}}} = [\exp(\hat{\gamma}) - 1] \quad \forall \mathbf{x} = (x_1, \dots, x_d)$$

## **Kritische Diskussion hedonischer Methoden**

### 3.2.5 Indexverknüpfungen

#### Umbasierung einer Indexreihe:

#### Def. 3.3.

Gegeben sei eine Indexreihe zur Basisperiode 0, z.B.  $P_{0,0}, P_{0,1}, \dots, P_{0,t}, \dots,$

dann ist die *umbasierte Indexreihe zur Periode k* für alle  $t$  gegeben durch:

$$P_{k,t} = \frac{P_{0,t}}{P_{0,k}}$$

## Verkettung von Indexreihen:

Gegeben seien zwei Indexreihen, z.B. VPIs mit je verschiedenem Wägungsschema, das in  $t = \tau$  geändert wurde:  $P_{0,0}, P_{0,1}, \dots, P_{0,\tau+1}$  und  $P'_{\tau,\tau}, P'_{\tau,\tau+1}, \dots$

- Vorwärtsverkettung: 
$$\tilde{P}_{0,t} = \begin{cases} P_{0,t} & , t \leq \tau \\ P_{0,\tau} P'_{\tau,t} & , t > \tau \end{cases}$$
- Rückwärtsverkettung: 
$$\tilde{P}_{\tau,t} = \begin{cases} P_{0,t}/P_{0,\tau} & , t \leq \tau \\ P'_{\tau,t} & , t > \tau \end{cases}$$

### 3.2.6 Mengenindex

#### Def. 3.4.

- i) Seien wieder Zeitreihen der Verbrauchsmengen, der Preise und von Gewichtsvektoren der Güter gegeben. Dann heißt mit obiger Notation

$$Q_{0,t} = \sum_{i=1}^n \frac{q_t^{(i)}}{q_0^{(i)}} g_t^{(i)}$$

Mengenindex zur Gewichtsfunktion  $g_t$ .



ii) Insbesondere ist der Mengenindex nach Laspeyres gegeben als:

$${}^L Q_{0,t} = \sum_{i=1}^n \frac{q_t^{(i)}}{q_0^{(i)}} \frac{p_0^{(i)} q_0^{(i)}}{\sum_{l=1}^n p_0^{(l)} q_0^{(l)}} = \frac{\sum_{i=1}^n q_t^{(i)} p_0^{(i)}}{\sum_{i=1}^n p_0^{(i)} q_0^{(i)}} = \frac{\sum_{i=1}^n p_0^{(i)} q_t^{(i)}}{\sum_{i=1}^n p_0^{(i)} q_0^{(i)}},$$

iii) und der Mengenindex nach Paasche als:

$${}^P Q_{0,t} = \sum_{i=1}^n \frac{q_t^{(i)}}{q_0^{(i)}} \frac{p_t^{(i)} q_0^{(i)}}{\sum_{i=1}^n p_t^{(i)} q_0^{(i)}} = \frac{\sum_{i=1}^n p_t^{(i)} q_t^{(i)}}{\sum_{i=1}^n p_t^{(i)} q_0^{(i)}}.$$

- Beachte: Es gilt zwar

„Umsatz = Preis · Menge“,

aber für Indizes gleichen Typs

„Umsatzindex  $\neq$  Preisindex · Mengenindex“.

- Vielmehr müssen sich die Indextypen „überkreuzen“, z.B.:

$$U_{0,t} = {}_L P_{0,t} {}_P Q_{0,t} = \frac{\sum_{i=1}^n p_t^{(i)} q_0^{(i)}}{\sum_{i=1}^n p_0^{(i)} q_0^{(i)}} \frac{\sum_{i=1}^n p_t^{(i)} q_t^{(i)}}{\sum_{i=1}^n p_t^{(i)} q_0^{(i)}} = \frac{\sum_{i=1}^n p_t^{(i)} q_t^{(i)}}{\sum_{i=1}^n p_0^{(i)} q_0^{(i)}}.$$

- Deflationierung:

z.B. sog. BIP-Deflator.

### **3.2.7 Weitere Aspekte: Individuelle Inflationsbelastung; der „Euro also Teuro“– „gefühlte Inflation“**

#### **a) Individuelle Inflationsbelastung**

siehe <http://www.destatis.de/jetspeed/portal/cms/Sites/destatis/Internet/DE/Content/Statistiken/Preise/Verbraucherpreise/WarenkorbWaegungsschema/Content75/PersoenlicherInfla:templateId=renderPrint.psm1>, aufgerufen am 16.11.2016 Inflationsrechner

### b) Wahrgenommene Inflation

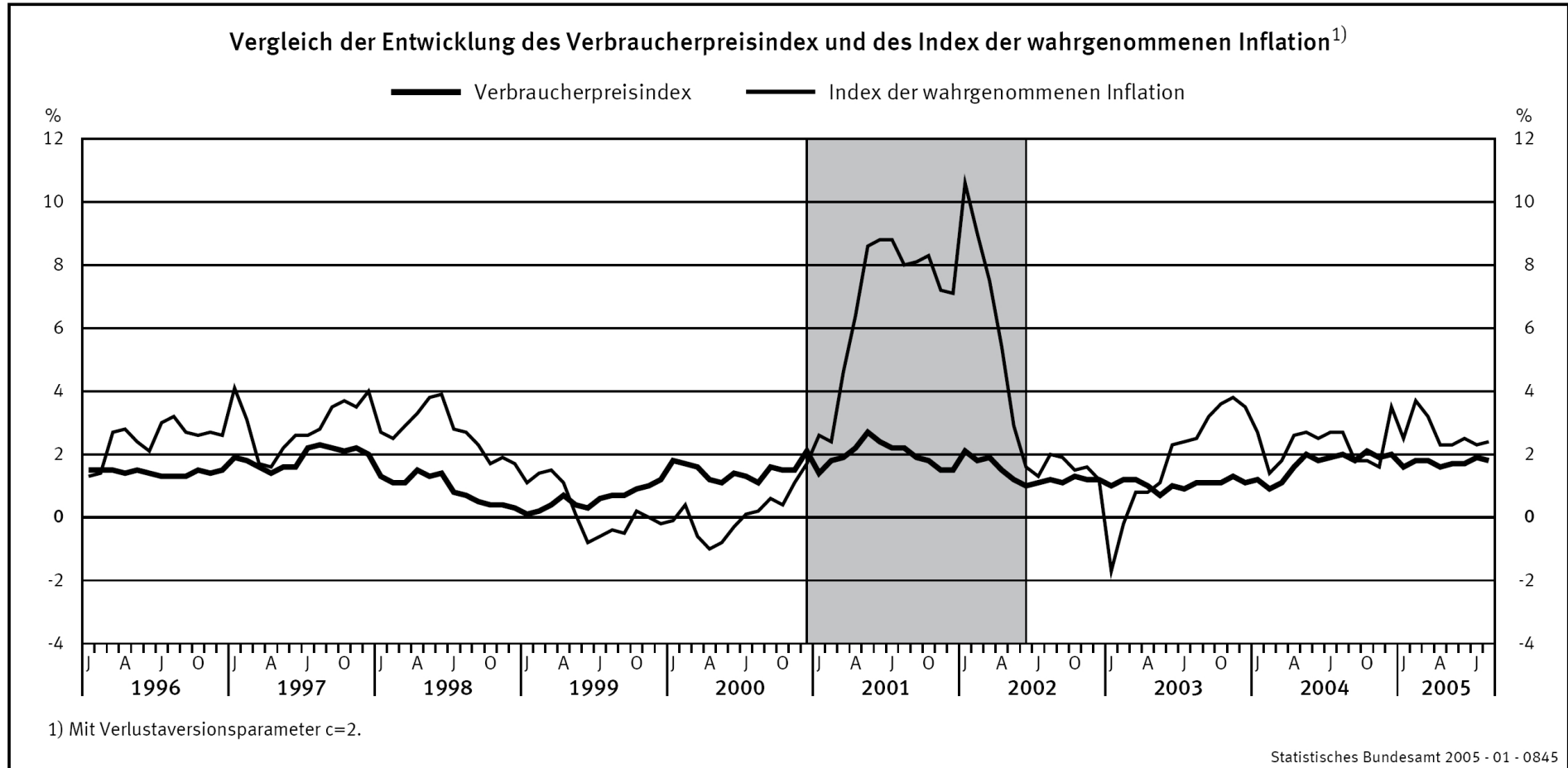


Abbildung 3: aus: Brachinger (2005, S. 1007)