

(Unverbindliche!) Lösungsnotizen zur Aufgabe 2 von Blatt 7

Zu Übungszwecken bitte die allgemeinen Formeln ergänzen um die Lösung zu vervollständigen!

- a) • **Jährliche Wachstumsraten** $r_i =$ ergänzen!

Jahr	i	b_i	x_i	r_i
2011	0	131	—	—
2012	1	187	$\frac{187}{131} \approx 1.4275$	0.4275
2013	2	255	$\frac{255}{187} \approx 1.3636$	0.3636
2014	3	309	$\frac{309}{255} \approx 1.2118$	0.2118
2015	4	382	$\frac{382}{309} \approx 1.2362$	0.2362

- **Geometrisches Mittel** $\bar{x}_{\text{geom}} =$ ergänzen!

$$\begin{aligned}\bar{x}_{\text{geom}} &= (1.4275 \cdot 1.3636 \cdot 1.2118 \cdot 1.2362)^{\frac{1}{4}} = 1.30676 \approx 1.31 \quad \text{oder (kürzer!)} \\ &= \left(\frac{187}{131} \cdot \frac{255}{187} \cdot \frac{309}{255} \cdot \frac{382}{309} \right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{382}{131} \right)^{\frac{1}{4}} = 1.306767 \approx 1.31\end{aligned}$$

- **Durchschnittliche jährliche Wachstumsrate** $\bar{r} =$ ergänzen!

$$\bar{r}_i = 0.31, \text{ also } 31\%$$

Vergleiche mit arithmetischem Mittel $\bar{x} =$ ergänzen!

$$\begin{aligned}\frac{1}{4}(0.4275 + \dots + 0.2362) &\approx 0.309775, \text{ hier nur kleiner Unterschied, aber falsch!} \\ (\text{Probe wäre: } 131 \cdot 1.306767^4 &\approx 382, \text{ wohingegen } 131 \cdot 1.309775^4 \approx 386)\end{aligned}$$

- b) **Prognose** $b_n =$ ergänzen!

Prognose für 2025: $b_{2025} \approx b_{2015} \cdot (\bar{x}_{\text{geom}})^{10} \approx 382 \cdot 1.30676^{10} \approx 5\,547$

Mögliche Probleme:

- Prognose macht nur Sinn, wenn Wachstum konstant bleibt!
 - Hier kein lineares Wachstum, deshalb: Völlig absurd!
- c) **(Zusatzfrage)** Das arithmetische Mittel der logarithmierten Werte ergibt, wiederum logarithmiert, das geometrische Mittel der Werte:

$$\begin{aligned}\ln \bar{x}_{\text{geom}} &= \ln \left(\left(\prod_{i=1}^n x_i \right)^{\frac{1}{n}} \right) \\ &= \frac{1}{n} \ln \left(\prod_{i=1}^n x_i \right) && \text{[Rechenregel } \ln(a^b) = b \cdot \ln(a)\text{]} \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(x_i) && \text{[Rechenregel } \ln(a \cdot b) = \ln(a) + \ln(b)\text{]}\end{aligned}$$

Das geometrische Mittel ist also ein arithmetisches Mittel auf der logarithmierten Skala.