Mathematische Grundlagen für Nebenfachstudierende

Übungsblatt 8 **(Schneider, Plaß)** **Wintersemester 16/17**

Aufgabe 21 (Lineare Unabhängigkeit und Basis)

Gegeben seien die Vektoren

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad \mathbf{y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

a) Sind die beiden Vektoren $\mathbf{x}$ und $\mathbf{y}$ linear unabhängig?

b) Bestimmen Sie den Vektor $\mathbf{z}$ so, dass die Vektoren $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$ und $\mathbf{z}$ eine Basis des $\mathbb{R}^3$ aufspannen.

Aufgabe 22

Bestimmen Sie den Rang der folgenden Matrizen:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -4 & 7 & 5 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 7 & -4 \\ -5 & 10 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 5 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

Sind die Matrizen regulär?

Aufgabe 23

Gegeben sei die Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 5 & a & 5 \\ a & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Für welche reellen Zahlen a gilt jeweils

   (i) $rg(\mathbf{A})=1$

   (ii) $rg(\mathbf{A})=2$

   (iii) $rg(\mathbf{A})=3$

b) Ist die Matrix für $a = 10$ invertierbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 24 (Bestimmung des Rangs einer Matrix)

Gegeben sei die Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Bringen Sie die Matrix $\mathbf{A}$ auf obere Dreiecksgestalt und geben Sie Ihr Vorgehen als Matrix-Multiplikation mit entsprechenden Elementar-Matrizen an.

b) Was bedeutet dei Elementarmatrix $P_{ij}(-1)$ inhaltlich?

c) Bestimmen Sie $rg(\mathbf{A})$.