

Aufgabe 15 (Wiederholung: Unterraum)

Untersuchen Sie, ob es sich bei den folgenden Mengen um Unterräume des \mathbb{R}^2 handelt:

- $U_1 = \{(x, y)' \in \mathbb{R}^2 \mid y = x^2\}$
- $U_2 = \{(x, y)' \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq y\}$

Aufgabe 16 (Lineare Abbildungen)

Gegeben sei die Abbildung $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ mit:

$$f(z) = (2 \cdot z_1 + z_3, 5 \cdot z_2 + z_1, z_1 + 2 \cdot z_2 + z_3)',$$

wobei $z = (z_1, z_2, z_3)'$.

- Ist die Abbildung linear?
- Bestimmen Sie die Matrixdarstellung von f bezüglich der Standardbasis e_1, e_2, e_3 .

Aufgabe 17

Gegeben sei die lineare Abbildung $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit

$$f\left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

sowie die Basen $A = \{a_1, a_2, a_3\}$ und $B = \{b_1, b_2\}$ mit

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

bzw.

$$\mathbf{b}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{b}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die entsprechende Matrixdarstellung von f sowie $f_B(x)$ wenn $x = (1, 2, 0)'$.