

Auszüge der Kapitel 5.1 / 5.2 sowie die Lösung der folgenden Aufgabe erarbeiten wir uns gemeinsam in der Übung:

Aufgabe 31 (Lösen von linearen Gleichungssystemen)

Gegeben seien die folgenden linearen Gleichungssysteme:

$$\begin{aligned} 1.) \quad & 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 5 \\ & x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 2 \\ & 4x_1 - x_2 + 4x_3 = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2.) \quad & 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 10 \\ & 6x_1 + 4x_2 + 4x_3 = 2 \\ & 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3.) \quad & 2x_1 + 4x_2 - 6x_3 = 12 \\ & 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 2 \\ & 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 14 \end{aligned}$$

- a) Entscheiden Sie jeweils, ob das Gleichungssystem konsistent oder inkonsistent ist?
- b) Welches Gleichungssystem ist eindeutig lösbar?
- c) Bestimmen Sie jeweils die Lösungsmenge der Gleichungssysteme.

Aufgabe 32

Bestimmen Sie $t \in \mathbb{R}$ so, dass das folgende Gleichungssystem $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ lösbar ist und geben Sie die Lösung an:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 2 & 12 & 7 \\ 1 & 10 & 6 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 12t \\ 12t + 7 \\ 7t + 8 \end{pmatrix}.$$