

Aufgabe 33

Bei welchen Fragestellungen ist es sinnvoll die Determinante einer Matrix zu berechnen? Betrachten Sie beispielsweise Satz 4.5 des Skripts als Ausgangspunkt und nennen Sie zwei passende Problemsituationen.

Aufgabe 34 (Eigenwerte und Eigenvektoren)

Gegeben sei die folgende Matrix:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$$

- Bestimmen Sie das charakteristische Polynom von \mathbf{A} .
- Bestimmen Sie die Eigenwerte von \mathbf{A} .
- Bestimmen Sie für jeden Eigenwert einen Eigenvektor und damit eine Basis des zugehörigen Eigenraums.
- Ist \mathbf{A} invertierbar? Begründen Sie Ihre Antwort.
- Bestimmen Sie \mathbf{A}^{-1} . Wie lauten die zugehörigen Eigenwerte?

Aufgabe 35

Richtig oder falsch?

- Ein lineares Gleichungssystem hat entweder genau eine oder unendlich viele Lösungen.
- Im \mathbb{R}^3 sind höchstens drei Vektoren linear unabhängig.
- Sei \mathbf{A} eine (7×7) -Matrix. Eine Inverse \mathbf{A}^{-1} existiert genau dann, wenn gilt: $\text{rg}(\mathbf{A}) = 7$.
- Sei \mathbf{A} eine invertierbare $(m \times m)$ -Matrix, dann gilt: Es lassen sich mehrere Matrizen \mathbf{A}^{-1} finden, für die $\mathbf{A}\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{I}$ gilt.