

# Statistische Software (R)

**Paul Fink, M.Sc., Eva Endres, M.Sc.**

Institut für Statistik

Ludwig-Maximilians-Universität München

*Matrizen und Lineare Algebra*



# Matrizen – Erstellung

Eine Matrix in R ist ein Vektor mit Dimensions-Attribut!!!

Erzeugen einer Matrix:

```
> x <- matrix(nrow = 4, ncol = 2, byrow = TRUE,  
+             data = c(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8))
```

```
> x
```

	[,1]	[,2]
[1,]	1	2
[2,]	3	4
[3,]	5	6
[4,]	7	8

Was machen die Argumente in der oben angegebenen Funktion?

`?matrix`

# Matrizen – Eigenschaften

Abfrage bestimmter *Eigenschaften* der Matrix abfragen:

```
> dim(x)      # Dimension
```

```
[1] 4 2
```

```
> nrow(x)     # Anzahl Zeilen
```

```
[1] 4
```

```
> ncol(x)     # Anzahl Spalten
```

```
[1] 2
```

Matrix als ein spezieller Vektor mit Dimensionattribut

```
> length(x)   # Laenge des Datenvektors
```

```
[1] 8
```

# Matrizen – cbind()

Spaltenweise Vektoren und Matrizen verbinden mit `cbind()`

```
> y <- c(12, 3, 4, 1)
```

```
> cbind(x, y)
```

```
      y
[1,] 1 2 12
[2,] 3 4  3
[3,] 5 6  4
[4,] 7 8  1
```

```
> cbind(y, y)
```

```
      y y
[1,] 12 12
[2,]  3  3
[3,]  4  4
[4,]  1  1
```

# Matrizen – rbind()

Zeilenweise Vektoren und Matrizen verbinden mit `rbind()`

```
> rbind(c(100, 0), x)
```

	[,1]	[,2]
[1,]	100	0
[2,]	1	2
[3,]	3	4
[4,]	5	6
[5,]	7	8

```
> rbind(x, x)
```

	[,1]	[,2]
[1,]	1	2
[2,]	3	4
[3,]	5	6
[4,]	7	8
[5,]	1	2
[6,]	3	4
[7,]	5	6
[8,]	7	8

# Matrixoperationen

- Vorbelegung aller Matricelemente mit einer bestimmten Zahl

```
> matrix(nrow = 4, ncol = 2, data = 1)
```

	[,1]	[,2]
[1,]	1	1
[2,]	1	1
[3,]	1	1
[4,]	1	1

- Konstruktion einer Diagonalmatrix, hier der Einheitsmatrix der Dimension 2

```
> diag(1, nrow = 2, ncol = 2)
```

	[,1]	[,2]
[1,]	1	0
[2,]	0	1

- Transponieren einer Matrix  $X$  ( $X'$ ):

> `t(x)`

	[,1]	[,2]	[,3]	[,4]
[1,]	1	3	5	7
[2,]	2	4	6	8

# Matrixoperationen

- Matrixmultiplikation: Operator `%*%`

```
> y <- matrix(1:6, nrow = 2)
> z <- x %*% y
> z
```

```
      [,1] [,2] [,3]
[1,]     5  11  17
[2,]    11  25  39
[3,]    17  39  61
[4,]    23  53  83
```

- Kreuzprodukt ( $X'X$ ) einer Matrix  $X$ : `crossprod()`

```
> xtx <- crossprod(x)
> xtx
```

```
      [,1] [,2]
[1,]    84  100
[2,]   100  120
```

Bemerkung: Ausführung schneller als `t(x) %*% x`



# Matrixoperationen

- Multiplikation einer Matrix mit einem Vektor  
Anzahl Elemente in Vektor  $\leq$  Anzahl Elemente in Matrix:

```
> 4 * x
```

```
      [,1] [,2]  
[1,]     4     8  
[2,]    12    16  
[3,]    20    24  
[4,]    28    32
```

- Verrechnung von 2 Matrizen benötigt gleich Dimension!

```
> t(cbind(c(1,2), y)) + x
```

```
      [,1] [,2]  
[1,]     2     4  
[2,]     4     6  
[3,]     8    10  
[4,]    12    14
```

- Matrixzugriff als Vektorzugriff je Dimension:

```
matrixobjekt[⟨Zeile⟩,⟨Spalte⟩]
```

```
> z[3,]
```

```
[1] 17 39 61
```

```
> z[,2]
```

```
[1] 11 25 39 53
```

```
> z[3:4, -2] # einfacher als z[3:4, c(1,3)]
```

```
      [,1] [,2]
```

```
[1,]    17    61
```

```
[2,]    23    83
```

Prinzipiell jede Art des Vektorzugriffs möglich separat für jede Dimension

# Übersicht

---

---

<code>matrix()</code>	Erstellen einer Matrix
<code>t()</code>	Transponieren einer Matrix
<code>%*%</code>	Matrixmultiplikation
<code>%o%, outer()</code>	Äußeres Produkt
<code>crossprod()</code>	Kreuzprodukt
<code>solve()</code>	Invertieren
<code>det()</code>	Determinante
<code>backsolve(), forwardsolve()</code>	Lösen von Gleichungssystemen
<code>eigen()</code>	Eigenwerte und Eigenvektoren
<code>nrow(), ncol()</code>	Anzahl Zeilen und Spalte
<code>dim()</code>	Dimension

---

1. Erstellen Sie die Matrix

$$X = \begin{pmatrix} 17 & 25 & 32 \\ 23 & 18 & 12 \\ 10 & 12 & 16 \\ 28 & 156 & 167 \end{pmatrix}$$

- a) Berechnen Sie  $X'X$  auf 2 Arten! Wie ist die Dimension der Ergebnismatrix?
- b) Berechnen Sie  $XX'$ ! Wie ist die Dimension der Ergebnismatrix?

2. Erstellen Sie eine  $10 \times 1$  Matrix **a**, welche die Zahlen 1, 3, 5, ... enthält und eine  $1 \times 10$  Matrix **b** mit den Zahlen 2, 4, 6, ....
- a) Was liefert  $a * a$ ? (Gemeint ist: unter Verwendung der herkömmlichen Multiplikation)
  - b) Was liefert  $b' * b'$ ?
  - c) Berechnen Sie das Matrixprodukt  $ab$ . Wie ist die Dimension der Ergebnismatrix?
  - d) Berechnen Sie das Matrixprodukt  $a'b'$  auf 2 Arten! Welche Dimension hat dieses Ergebnis? Ist das Ergebnis vom Typ Matrix?