

Aufgabe 31

Für zwei diskrete Zufallsvariablen X und Y sei nur die gemeinsame Verteilung bekannt.

		Y		
		1	2	3
X	1	0	1/2	1/4
	2	1/6	1/12	0

- Bestimmen Sie die Randverteilungen von X und Y .
- Bestimmen Sie die bedingte Verteilung von $X|Y = y$.
- Berechnen Sie die Kovarianz zwischen X und Y . Kann eine Aussage über die Stärke des Zusammenhangs getroffen werden?
- Berechnen Sie die Varianz von $X + Y$.
- Sind X und Y unabhängig?

Aufgabe 32

Wir betrachten n unabhängige Zufallsziehungen aus einer Normalverteilung ($n > 7$). Das i -te Experiment wird durch die Zufallsvariable $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ beschrieben.

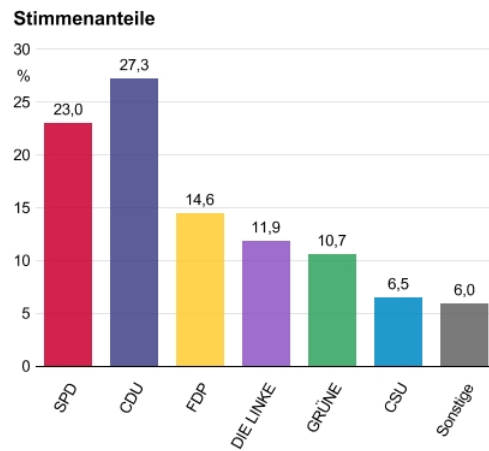
Wir betrachten drei mögliche Schätzer für den unbekanntem Erwartungswert μ :

$$T_a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \quad T_b = \frac{1}{3} (X_3 + X_5 + X_7) \quad \text{und} \quad T_c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{3} X_i + 3\right)$$

- Prüfen Sie die Erwartungstreue der Schätzer und geben Sie den Bias an.
- Berechnen Sie die Varianz der drei Schätzer.
- Welchen Schätzer würden Sie bevorzugen? (Begründung!)
- Gegeben seien die Realisationen $x_1 = 1, x_2 = 4, x_3 = 3, x_4 = x_5 = x_6 = 2, x_7 = 5, x_8 = 6$. Berechnen Sie die Werte der Schätzer T_a, T_b und T_c .

Aufgabe 33

Die Bundestagswahl 2009 hatte folgendes Endergebnis (Zweitstimmen):



Quelle: Der Bundeswahlleiter, <http://www.bundeswahlleiter.de>.

Der wahre Stimmenanteil für die schwarz-gelbe Koalition im Jahr 2009 ist also $0.273 + 0.146 + 0.065 = 0.484$. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei einer mit einfacher Zufallsauswahl gezogenen Stichprobe von 1000 Wählern mindestens 471 Anhänger der schwarz-gelben Koalition zu erhalten? Benutzen Sie eine geeignete Approximation und begründen Sie, warum eine exakte Lösung hier deutlich aufwändiger ist.