Aufgabe 27

Ein Politiker ist von einer gewissen umstrittenen Maßnahme überzeugt und überlegt, ob es taktisch geschickt ist, zur Unterstützung der Argumentation eine Mitgliederbefragung zu dem Thema durchzuführen. Er wählt dazu 200 Mitglieder zufällig aus und beschließt, eine Mitgliederbefragung zu „riskieren“, falls er in der Stichprobe mindestens 52% Zustimmung erhält.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, in der Stichprobe mindestens 52% Zustimmung zu erhalten, obwohl der wahre Anteil nur 48% beträgt?

Aufgabe 28

Für $i = 1, \ldots, 10000$ beschreibe die (nichtnegative) Zufallsvariable X_i die Summe (in Euro), die eine Unfallversicherung an Person i bezahlen muss. Die Schadenssummen seien identisch und unabhängig verteilt. Weiterhin seien Erwartungswert und Varianz der Zufallsvariablen bekannt:

$$\begin{aligned} \mathrm{E}(X_i) &= 100 \\ \mathrm{Var}(X_i) &= 10000. \end{aligned}$$

a) Wie ist der Mittelwert $\bar{X} := \frac{1}{10000} \sum_{i=1}^{10000} X_i$ der Zufallsvariablen (approximativ) verteilt?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Versicherung pro Person durchschnittlich eine Summe von mehr als 101 Euro auszahlen muss?

Aufgabe 29

Man betrachtet n Zufallsvariablen $X_i, i = 1, \ldots, n$, die unabhängig identisch normalverteilt sind mit $\mu_{X_i} = 0$ und $\sigma^2_{X_i} = 1$. Nun definiere man sich die Zufallsvariable $\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i$.

a) Wie ist die Zufallsvariable $\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i$ verteilt?

b) Skizzieren Sie die Dichte von $\bar{X}_n$ für verschiedene Werte von n.

Aufgabe 30

Gegeben sei eine Zufallsvariable X_i mit Erwartungswert $\mu = 0$ und Varianz $\sigma^2 = 1$. Wie groß muss n gewählt werden, wenn die Wahrscheinlichkeit γ, dass der Mittelwert $\bar{X}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ um i=1 sich um höchtens $\varepsilon = 0.1$ vom wahren Wert $\mu = 0$ unterscheidet, mindestens 95% betragen soll?