Aufgabe 1 (Totales Differential und Kettenregel)

Sei $f(x, y) = ax^3 + by$, $x(t) = ln(t)$ und $y(t) = e^t$

a) Geben Sie mit

$$\rho(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$$

$f \circ \rho$ an.

b) Berechnen Sie das totale Differential von $f \circ \rho$ an der Stelle $t = t_0$.

Aufgabe 2 (Homogene Funktionen)

Sind die folgenden Funktionen homogen? Welche Skalenerträge weisen sie in diesem Fall auf?

a) $f(x, y) = 2x + 3y + 1$

b) $g(x, y, z) = 4x + 5y - 3z$

c) $h(x, y) = x^\alpha \cdot y^\beta$

Aufgabe 3 (Optimierung unter Nebenbedingungen)

Ein EDV-Hersteller produziert zwei Typen von Druckern. Die Gesamtkostenfunktion sei

$$K(x, y) = 2x^2 + 4y^2 + 2xy + 10$$

wobei x die Menge der produzierten Drucker des Typs X sei und y die des Typs Y. Sie wollen nun 16 Drucker (egal welchen Typs) zu möglichst niedrigen Kosten produzieren. Wie viele Drucker vom Typ X und wie viele vom Typ Y stellen Sie her?

a) Formulieren Sie das entsprechenden Optimierungsproblem unter Nebenbedingungen.

b) Lösen Sie das Problem unter Verwendung der

- Substituttionsmethode
- Lagrangemethode
- Tangentialmethode