Mathematische Ergänzung für Nebenfachstudierende

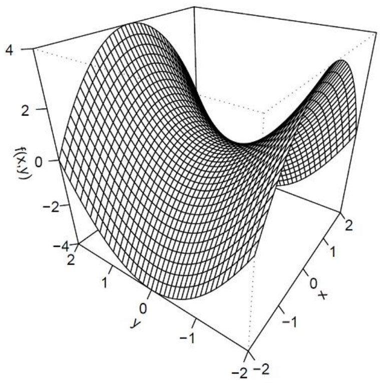
Übungsblatt 8 **(Schneider, Plaß, Jansen)** **Sommersemester 16**

Aufgabe 1 (Höhere partielle Ableitungen und Hesse-Matrix)

a) Rekapitulieren Sie folgende Begriffe: Gradient, Jacobi-Matrix, Hesse-Matrix.

b) Geben Sie den Gradienten, alle zweiten partiellen Ableitungen sowie die Hesse Matrix der folgenden Funktionen an.
   - $f(x, y) = ax^\alpha y^\beta$
   - $g(x, y, z) = xe^{xy} + \frac{xy}{z}$

Aufgabe 2 (Einführung: Extremwerte von Funktionen in mehereren Variablen)
Betrachten Sie die hier abgebildete Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $f(x, y) = y^2 - x^2$.



a) Berechnen Sie zunächst den Gradienten und die Hessematrix von f.

b) Berechnen Sie nun die Nullstelle des Gradienten und zeichnen Sie diese in die Grafik ein. Ist die Nullstelle des Gradienten eine relative Extremstelle von f?

Aufgabe 3 (Extremwerte von Funktionen in mehreren Variablen)
Gegeben seinen die folgenden Funktionen:

$$\begin{aligned} f(x, y) &= \frac{1}{6}x^3 - x + \frac{1}{4}xy^2 \\ g(x, y, z) &= 2x^2 - xy + 2xz - y + y^3 + z^2 \end{aligned}$$

- Bestimmen Sie die Extremwerte von $f(x, y)$ und geben Sie unter Verwendung von Theorem 7 (Handreichung S. 61) an, ob es sich um ein relatives Maximum/Minimum oder einen Sattelpunkt handelt.

- Geben Sie für $g(x, y, z)$ die Extremwerte an und treffen Sie ihre Entscheidung bezüglich der Art des Extremwertes mit Hilfe der Hessematrix und der Begriffsbildung "Definitheit" (hier nur Entscheidung, ob relatives Maximum oder relatives Minimum oder keines von beiden verlangt).

Aufgabe 4 (Totales Differential)

Gegeben sei die Funktion

$$f(x, y) = \frac{3}{2}xy + 3x - y - 2.$$

a) Betrachten Sie zunächst den Abschnitt zum "Totalen Differential" in Ihrer Handreichung. Welcher Fragestellung erfordert die Berechnung des totalen Differentials? Wie lässt sich dieses berechnen?

b) Berechnen Sie das totale Differential der Funktion $f(x, y)$.

c) Berechnen Sie nun das totale Differential von $f(-1, 0)$ mit $dx = dy = 0.1$ und interpretieren Sie dieses.