Mathematische Ergänzung für Nebenfachstudierende

Übungsblatt 3 (Schneider, Plaß, Jansen) Sommersemester 16

Aufgabe 1 (Kovergenz von Folgen)

a) Rekapitulieren Sie die Definition der *Konvergenz* einer Folgen. Beschreiben Sie diese in Ihren eigenen Worten.

b) Betrachten Sie nun die Folgen

- $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $a_n := \frac{n}{n+1}$
- $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $b_n := \frac{2n^3+10}{n}$
- $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $c_n := \frac{1}{n}$

Welche der Folgen kovergieren, welche divergieren? Bestimmen Sie im Falle der Konvergenz den jeweiligen Grenzwert und beweisen Sie alle Ihre Aussagen.

Aufgabe 2 (Konvergenz und Beschränktheit)

a) Beweisen Sie: *Jede konvergente Folge ist beschränkt.*

b) Was können Sie aus a) über das Konvergenz- bzw. Divergenzverhalten unbeschränkter Folgen schließen?

c) Finden Sie ein Beispiel für eine Folge, welche beschränkt, aber nicht konvergent ist. Zeigen Sie also, dass Beschränktheit *notwendig*, aber nicht *hinreichend* für Konvergenz ist.

d) Zusammen mit welcher weiteren Eigenschaft ist die Beschränktheit einer Folge hinreichend für ihre Konvergenz? (Satz aus der Vorlesung!) Was bedeutet das für die Folge $(d_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $d_n := \max\{\ln(n), 10^{35}\}$?

Aufgabe 3 (Teilfolgen)

a) Sei $(d_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge mit $d_n := \sqrt{n}$. Bestimmen Sie eine streng monoton wachsende Folge natürlicher Zahlen $(n_k)_{k\in\mathbb{N}}$, so dass sich die Teilfolge $(d_{n_k})_{k\in\mathbb{N}}$ als $(1, 4, 9, 16, 25, 36, \dots)$ ergibt.

b) Besitzt die Folge $(e_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $e_n := \frac{(-1)^n \cdot 5}{n} + 2$ eine konvergente Teilfolge?