Aufgabe (Frei nach R.A. Fisher)
Bitte lösen Sie folgende Aufgabe zur Einbettung der Testtheorie in die statistische Entscheidungstheorie:

Eine Lady behauptet, sie würde am Geschmack erkennen, ob bei dem ihr servierten Tee zuerst die Milch und dann der Tee eingegossen wurde oder umgekehrt. Tee, bei dem die Milch zuerst in der Tasse war, schmecke ihr nicht, und sie ließe diesen Tee sofort stehen.
Lord Peter, der die Lady als wichtige Zeugin in einem Mordfall benötigt, muss sich entscheiden, ob er die Lady als glaubwürdig einstuft oder nicht. Um die Lady auf die Probe zu stellen, besticht er das Küchenmädchen und fordert dieses auf, an drei aufeinanderfolgenden Tagen die Reihenfolge des Füllens der Tassen zufällig festzulegen, den entsprechenden Tee zu servieren und ihm dann später mitzuteilen, wie oft an den drei Tagen die Lady die Füllreihenfolge richtig erkannt hat.

a) Formulieren Sie diese Aufgabe als Testproblem im entscheidungstheoretischen Kontext! Verwenden Sie dabei die Hypothesen

   H_0: Die Lady rät nur.

   H_1: Die Lady erkennt tatsächlich mit einer Wahrscheinlichkeit von 80% die wahre Reihenfolge.

   und die Verlustfunktion, die richtigen Entscheidungen den Verlust 0 und falschen Entscheidungen den Verlust 1 zuordnet!

   Gehen Sie dabei in folgenden Schritten vor:

   i) Rekapitulieren Sie das entsprechende datenfreie Entscheidungsproblem! Beschränken Sie sich dabei auf reine (also unrandomisierte!) Aktionen!
   ii) Formulieren Sie die Informationsstruktur des zugehörigen datengestützten Entscheidungsproblems!
   iii) Bestimmen Sie das zugehörige Auswertungsproblem!
   iv) Beschreiben Sie die entstehenden (unrandomisierten) Entscheidungsfunktionen als Tests im üblichen Sinn, indem Sie den Ablehnbereich und die Fehlerwahrscheinlichkeit erster und zweiter Art angeben.

b) Geben Sie sich nun ein Signifikanzniveau von 30 % vor! Welcher der unrandomisierten Tests/ Entscheidungsfunktionen ist optimal im üblichen Sinn (Minimierung der Fehlerwahrscheinlichkeit 2. Art)? Warum ist dieser Test inhaltlich kontraintuitiv, vielleicht sogar absurd?

c) (Kurze Zusatzaufgabe) Vergleichen Sie diesen Test mit dem besten randomisierten Test (Bestimmung „nicht entscheidungstheoretisch", nach dem Fundamentallemma von Neyman-Pearson)!

Formalitäten:

- Die Bearbeitung kann in kleinen Gruppen von bis zu drei Personen erfolgen, wenn jede der Personen schriftlich zusichert, substantiell an der Erarbeitung der Lösung mitgearbeitet zu haben. Die entsprechenden Erklärungen (mit Unterschrift) können eingescannt der Lösung beigelegt oder in der Vorlesung abgegeben werden. Die Unterzeichnenden erklären sich mit einer stichprobenartigen Überprüfung der tatsächlichen Eigenständigkeit Ihres geleisteten Beitrags einverstanden.
- Die Abgabefrist ist der 15. Mai 2016. (Bitte mit dem Betreff "[ET-Übungsaufgabe 1] $< Namen >$", Ihren Namen auch auf der ersten Seite der Lösung und mit einem Dateinamen, der mit Ihren Namen beginnt.)