

Aufgabe 1 (Grundbegriffe verallgemeinerter Entscheidungstheorie)

Rekapitulieren Sie die Begriffe *Ambiguität*, *Credalmenge* und *Intervallwahrscheinlichkeit* aus der Vorlesung und erklären Sie diese in eigenen Worten. Orientieren Sie sich dabei an den folgenden Punkten:

- In welchen Unsicherheitssituationen liegt Ambiguität vor?
- Wie können Credalmengen und/oder Intervallwahrscheinlichkeiten dazu verwendet werden, um diese mit in das Unsicherheitsmodell einzubeziehen bzw. adäquat zu formalisieren?
- Wie verhalten sich Credalmengen und Intervallwahrscheinlichkeiten zueinander?
- Worin unterscheiden sich *R*-Wahrscheinlichkeiten von *F*-Wahrscheinlichkeiten?

Rekapitulieren sie anschließend die in der Vorlesung kennengelernten Entscheidungskriterien unter verallgemeinerter Wahrscheinlichkeit und analysieren Sie jeweils ihre Extrempole (*vollständige Unwissenheit* versus *Risikosituation*).

Aufgabe 2 (1. Wiederholung/ 2. Entscheiden unter verallgemeinerter Wahrscheinlichkeit)

Betrachtet werde das folgende Entscheidungsproblem $\mathfrak{A} := (\mathbb{A}, \Theta, u(\cdot))$ in Nutzenform:

$u(a_i, \theta_j)$	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
a_1	12	-12	10	3
a_2	10	6	8	15
a_3	8	8	4	3
a_4	12	15	0	-3
a_5	10	8	4	3

- Bestimmen Sie die Menge der zulässigen Aktionen. Handelt es sich beim Ausschluss strikt dominierter Aktionen um ein Entscheidungskriterium oder -prinzip? Diskutieren Sie kurz den Unterschied zwischen den beiden Begriffen.
- Bestimmen Sie die Menge aller optimalen Aktionen nach dem Laplace-Kriterium. In welchen Situationen halten Sie die Anwendung des Laplace-Kriteriums für sinnvoll?
- Bestimmen Sie die Menge aller Maximin-Aktionen. In welchen Situationen halten Sie die Anwendung des Maximin-Kriteriums für sinnvoll?
- Finden ¹ Sie eine randomisierte Aktion für $\mathfrak{A}$, welche den Maximin-Nutzen aller reinen Aktionen echt dominiert. Wie ist dies inhaltlich zu erklären?

Sie entschließen sich, zusätzliche Informationen einzuholen. Dazu bitten Sie einen Experten (des $\mathfrak{A}$ zugrunde liegenden Fachgebiets) Ihnen eine subjektive Einschätzung der Wahrscheinlichkeiten der Umweltzustände zu nennen. Als Einschätzung erhalten sie ein Wahrscheinlichkeitsmaß π_1 auf $(\Theta, 2^\Theta)$, das durch die folgende Festlegung induziert werde:

$$(\pi_1(\{\theta_1\}), \dots, \pi_1(\{\theta_4\})) := (0.5, 0.2, 0.15, 0.15)$$

¹Sie können eine solche randomisierte Aktion entweder durch systematisches Probieren, oder durch Lösen des in der Vorlesung besprochenen Linearen Programms (in R) bestimmen.

- (e) Bestimmen Sie die Menge aller optimalen Aktionen nach dem Bayes-Kriterium bezüglich π_1 . Erklären Sie den inhaltlichen Unterschied zwischen Bayes- und Bernoulli-Kriterium.

Zwei weitere Experten mischen sich in die Diskussion ein. Sie widersprechen dem ersten Experten (und sich gegenseitig) vehement. So erhalten Sie zwei weitere subjektive Expertenschätzungen π_2 und π_3 des Wahrscheinlichkeitsmaßes auf $(\Theta, 2^\Theta)$:

$$(\pi_2(\{\theta_1\}), \dots, \pi_2(\{\theta_4\})) := (0.4, 0.35, 0.15, 0.1)$$

$$(\pi_3(\{\theta_1\}), \dots, \pi_3(\{\theta_4\})) := (0.6, 0.15, 0.2, 0.05)$$

- (f) Wie können Sie mit der Heterogenität des verfügbaren Expertenwissens umgehen? Diskutieren Sie verschiedene Möglichkeiten, alle drei Meinungen/Einschätzungen mit in die Entscheidungsfindung einfließen zu lassen.

Sie entscheiden sich die Heterogenität der zur Verfügung stehenden Information mit Hilfe der Credalmenge $\mathcal{M} := \{\pi_1, \pi_2, \pi_3\}$ zu modellieren.

- (g) Bestimmen Sie die Menge der E-admissiblen Aktionen bezüglich $\mathcal{M}$.
- (h) Bestimmen Sie eine Max E Min-optimale Aktion bezüglich $\mathcal{M}$.
- (i) Inwiefern handelt es sich beim Max E Min-Kriterium um ein pessimistisches Entscheidungskriterium? Wie könnten Kriterien konstruiert werden, welche diese pessimistische Grundhaltung aufgeben/abschwächen?