Aufgabe 1 (Wahrscheinlichkeitsbegriffe)

Lesen Sie den in der Vorlesung ausgeteilten Text von Bruno de Finetti.

- a) Recherchieren Sie ein wenig über die Person de Finetti und die von Ihm mitbegründete Theorie des Wahrscheinlichkeitssubjektivismus.
- b) Nehmen Sie den ausgeteilten Text zum Anlass, um über die Wahrscheinlichkeitsbegriffe, die Sie in Ihrem bisherigen Studium kennengelernt haben zu reflektieren. Stellen Sie diese hinsichtlich Gemeinsamkeiten und Unterschieden mit der von de Finetti begründeten Wahrscheinlichkeitsauffassung gegenüber. Wie stehen Sie zu der im Text aufgestellten Hauptthese?

Aufgabe 2 (Einige Eigenschaften von Entscheidungsregeln)

Es sei $\mathfrak{A} := (\mathbb{A}, \Theta, u)$ ein Entscheidungsproblem mit endlicher Aktionen- und Zustandsmenge.

- a) Sei $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine monoton wachsende Funktion. Zeigen Sie: Ist die Aktion $a^* \in \mathbb{A}$ Maximin-Aktion in $\mathfrak{A}$, so ist sie auch Maximin-Aktion in $\mathfrak{A}' := (\mathbb{A}, \Theta, g \circ u)$. Was bedeutet diese Aussage inhaltlich?
- b) Sei π ein Wahrscheinlichkeitsmaß auf $(\Theta, 2^\Theta)$, wobei gelte: $\pi(\{\theta\}) > 0$ für alle $\theta \in \Theta$. Zeigen Sie, dass dann jede Bayes-Aktion bezüglich π zulässig ist.
- c) Zeigen Sie, dass a) im Allgemeinen nicht für Bayes-Aktionen gilt. Welche zusätzliche Forderung müsste an die Transformationsfunktion g gestellt werden, damit die Aussage gelten würde?

Aufgabe 3

Betrachten Sie das Omelettenproblem aus Kapitel 1.2 mit den Handlungsalternativen:

a_1	6. Ei ungeprüft in die Pfanne schlagen
a_2	Qualitätskontrolle durchführen und je nach Ergebnis 6. Ei hinzu oder wegwerfen
a_3	6. Ei ungeprüft wegwerfen

den Umweltzuständen:

θ_1	6. Ei ist gut
θ_2	6. Ei ist verdorben

und der Nutzentafel:

	θ_1	θ_2
a_1	12	-12
a_2	10	6
a_3	8	8

- (a) Stellen Sie dieses datenfreie Entscheidungsproblem graphisch dar.

- (b) Bestimmen Sie die Menge der zulässigen Aktionen.
- (c) Bestimmen Sie graphisch die Maximin-Aktion.
- (d) Gehen Sie zur gemischten Erweiterung über und zeichnen Sie die Menge $\mathcal{M}(\mathcal{A})$ der randomisierten Aktionen in die Graphik.
- (e) Welchen Nutzenvektor hat die randomisierte Aktion:

$$\tilde{a} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{6} \end{pmatrix} ?$$

- (f) Bestimmen Sie graphisch die nach dem Maximin-Kriterium optimale randomisierte Aktion $\tilde{a}^*$.
- (g) Bestimmen Sie graphisch und rechnerisch eine Bayes-Aktion zur Priori-Bewertung $(0.4, 0.6)^T$.