Mathematische Grundlagen für Nebenfachstudierende

Übungsblatt 8 **(Schneider, Plaß)** **Wintersemester 15/16**

Wiederholungsaufgaben

Aufgabe 1

Richtig oder falsch? (Begründung/Beispiel oder kurzer Beweis gefordert)

- Für Matrizen $\mathbf{A}$ und $\mathbf{B}$ passender Ordnung gilt: Aus $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{0}$ folgt, dass $\mathbf{A} = \mathbf{0}$ oder $\mathbf{B} = \mathbf{0}$ gelten muss.
- Sei $\mathbf{1_n} = (\mathbf{1}, \mathbf{1}, ..., \mathbf{1})'$ der n-dimensionale Einsvektor und $\mathbf{11_n}$ die Einsmatrix. Dann gilt: $\mathbf{1_n'11_n1_n} = \mathbf{n}$.
- Das Skalarprodukt ist symmetrisch in $\mathbf{x}$ und $\mathbf{y}$ (dh $< \mathbf{x}, \mathbf{y} > = < \mathbf{y}, \mathbf{x} >$).
- Es gilt $\|\mathbf{x}\| = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{x} = \mathbf{0}$.

Aufgabe 2

Gegeben seien die Matrizen

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 2 & 12 & 7 \\ 1 & 10 & 6 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & 6 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

a) Lässt sich das Produkt $\mathbf{AB}$ der beiden Matrizen berechnen? Begründen Sie kurz Ihre Aussage und berechnen Sie dieses falls möglich.

b) Multiplizieren Sie entsprechende Elmentarmatrizen, um die Matrix $\mathbf{B}$ auf obere Dreiecksgestalt zu bringen.

c) Ist die Matrix $\mathbf{B}$ regulär?

d) Sind die Spaltenvektoren der Matrix $\mathbf{B}$ linear unabhängig? Kann man daraus schließen, dass die Spaltenvektoren von $\mathbf{B}$ eine Basis des $\mathbb{R}^3$ aufspannen? Begründen Sie kurz Ihre Aussage.

Aufgabe 3

Gegeben sei die lineare Abbildung $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ mit

$$f(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 2x - 3y \\ x - 2y + z \end{pmatrix}.$$

Als Basis des $\mathbb{R}^3$ soll die Standardbasis verwendet werden und die Basis des Zielraums sei durch die Basisvektoren $\mathbf{b_1} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\mathbf{b_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ beschrieben.
Bestimmen Sie die entsprechende Matrixdarstellung von f.