Mathematische Grundlagen für Nebenfachstudierende

Übungsblatt 9 **(Schneider, Plaß)** **Wintersemester 15/16**

Aufgabe 21

Machen Sie sich mit den Begrifflichkeiten aus Kapitel 2.6 (Euklidische Vektorräume), welche Sie in der Vorlesung kennengelernt haben, vertraut.

Aufgabe 22 (Norm)

Zeigen Sie, dass durch

$$\|x\|_1 = \sum_{i=1}^{n} \|x_i\|$$

eine Norm auf $\mathbb{R}^n$ definiert wird, wobei $x = (x_1,\ x_2,\ ...,\ x_n)'$.

Aufgabe 23 (Orthonormalisierung)

Wenden Sie das Gram-Schmidt-Orthonormalisierungsverfahren auf die Vektoren

$$\mathbf{a_1} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{a_2} = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{a_3} = \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

an.

Aufgabe 24 (Orthogonales Komplement)

Gegeben sei die Ebene

$$E = \{\mathbf{y} : \mathbf{y} = a \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},\ a, \ \ \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^3$$

a) Zeigen Sie, dass E ein Unterraum von $\mathbb{R}^3$ ist.

b) Bestimmen Sie das orthogonale Komplement $E_\perp$.

Aufgabe 25 (Bestimmung der Inversen)

a) Bestimmen Sie die Inverse $\mathbf{C}^{-1}$ der Matrix $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$

b) Bestimmen Sie die Inverse $\mathbf{A}^{-1}$ der Matrix $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

c) Gegeben sei die $(n \times n)$ Matrix $\mathbf{D} = \mathrm{diag}(d_1, \ldots, d_n)$ mit $d_i \neq 0$. Bestimmen Sie eine Matrix $\mathbf{C}$, so dass gilt: $\mathbf{CD} = \mathbf{I}_n$