

Aufgabe 26 (Determinante und Spur)

Betrachten Sie die folgenden Matrizen:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ -3 & 8 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ -6 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 9 & 10 \\ 5 & 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \\ 5 & 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) Berechnen Sie die Determinanten der gegebenen Matrizen.
- b) Berechnen Sie die Spur der gegebenen Matrizen sowie $sp(2\mathbf{A})$ und $sp(\mathbf{B}')$.

Auszüge der Kapitel 5.1 / 5.2 sowie die Lösung der folgenden Aufgabe erarbeiten wir uns gemeinsam in der Übung:

Aufgabe 27 (Lösen von linearen Gleichungssystemen)

Gegeben seien die folgenden linearen Gleichungssysteme:

$$\begin{aligned} 1.) \quad & 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 5 \\ & x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 2 \\ & 4x_1 - x_2 + 4x_3 = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2.) \quad & 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 10 \\ & 6x_1 + 4x_2 + 4x_3 = 2 \\ & 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3.) \quad & 2x_1 + 4x_2 - 6x_3 = 12 \\ & 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 2 \\ & 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 14 \end{aligned}$$

- a) Entscheiden Sie jeweils, ob das Gleichungssystem konsistent oder inkonsistent ist?
- b) Welches Gleichungssystem ist eindeutig lösbar?
- c) Bestimmen Sie jeweils die Lösungsmenge der Gleichungssysteme.