

Aufgabe 23 (Bestimmung des Rangs einer Matrix)

Gegeben sei die Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- Bringen Sie die Matrix \mathbf{A} auf obere Dreiecksgestalt und geben Sie Ihr Vorgehen als Matrix-Multiplikation mit entsprechenden Elementar-Matrizen an.
- Was bedeutet die Elementarmatrix $P_{ij}(-1)$ inhaltlich?
- Bestimmen Sie $rg(\mathbf{A})$.

Aufgabe 24

Bestimmen Sie den Rang der folgenden Matrizen:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -4 & 7 & 5 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 7 & -4 \\ -5 & 10 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 5 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

Sind die Matrizen regulär?

Aufgabe 25

Gegeben sei die Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 5 & a & 5 \\ a & -4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

- Für welche reellen Zahlen a gilt jeweils
 - $rg(\mathbf{A})=1$
 - $rg(\mathbf{A})=2$
 - $rg(\mathbf{A})=3$
- Ist die Matrix für $a = 10$ invertierbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 26 (Inverse einer Matrix)

Überprüfen Sie, ob die Matrix \mathbf{A}^{-1} tatsächlich die Inverse der Matrix \mathbf{A} ist:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} -5 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & -1 \\ 5 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$