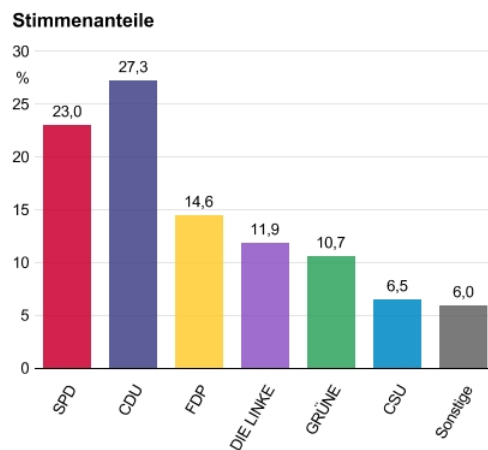


Aufgabe 1

Die Bundestagswahl 2009 hatte folgendes Endergebnis (Zweitstimmen):



Quelle: Der Bundeswahlleiter, <http://www.bundeswahlleiter.de>.

Der wahre Stimmenanteil für die schwarz-gelbe Koalition im Jahr 2009 ist also $0.273 + 0.146 + 0.065 = 0.484$. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei einer mit einfacher Zufallsauswahl gezogenen Stichprobe von 1000 Wählern mindestens 471 Anhänger der schwarz-gelben Koalition zu erhalten? Benutzen Sie eine geeignete Approximation und begründen Sie, warum eine exakte Lösung hier deutlich aufwändiger ist.

Aufgabe 2

Ein Politiker ist von einer gewissen umstrittenen Maßnahme überzeugt und überlegt, ob es taktisch geschickt ist, zur Unterstützung der Argumentation eine Mitgliederbefragung zu dem Thema durchzuführen. Er wählt dazu 200 Mitglieder zufällig aus und beschließt, eine Mitgliederbefragung zu „riskieren“, falls er in der Stichprobe mindestens 52% Zustimmung erhält.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, in der Stichprobe mindestens 52% Zustimmung zu erhalten, obwohl der wahre Anteil nur 48% beträgt?

Aufgabe 3

Man betrachtet n Zufallsvariablen $X_i, i = 1, \dots, n$, die unabhängig identisch normalverteilt sind mit $\mu_{X_i} = 0$ und $\sigma_{X_i}^2 = 1$. Die Zufallsvariable $\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ ist dann normalverteilt mit $\mu_{\bar{X}_n} = 0$ und $\sigma_{\bar{X}_n}^2 = \frac{1}{n}$.

- a) Skizzieren Sie die Dichte von \bar{X}_n für verschiedene Werte von n .
- b) Betrachten Sie für ein festes $c > 0$ Intervalle der Art $[\mu_{\bar{X}_n} - c, \mu_{\bar{X}_n} + c]$. Wie ändert sich die Wahrscheinlichkeit für $\bar{X}_n \in [\mu_{\bar{X}_n} - c, \mu_{\bar{X}_n} + c]$ in Abhängigkeit von n ?
- c) Seien nun Y_1, \dots, Y_n bernoulliverteilt mit Erfolgswahrscheinlichkeit π . Dann ist der Schätzer \bar{Y}_n für die Erfolgswahrscheinlichkeit π für sehr große n annähernd normalverteilt mit Erwartungswert π und Varianz $\frac{\pi(1-\pi)}{n}$. Wie ändern sich in diesem Fall die Wahrscheinlichkeiten $P(\bar{Y}_n \in [\pi - c, \pi + c])$ in Abhängigkeit von n und π ?