

Aufgabe 1

Eine Zufallsvariable X nimmt die Werte 1 und -1 jeweils mit Wahrscheinlichkeit 0.5 an. Nun wird die Zufallsvariable Y definiert mit $Y := 3 + 2 \cdot X$.

- Wie sieht die Verteilung von Y aus?
- Bestimmen Sie Erwartungswert und Varianz von X und Y .

Aufgabe 2

Beim Spiel Chuck-a-Luck (siehe Vorlesung) werden drei Würfel geworfen. Der Spieler setzt auf eine der Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6. Zeigt keiner der Würfel die gesetzte Zahl, so ist der Einsatz verloren. Anderenfalls erhält der Spieler für jeden Würfel, der die gesetzte Zahl zeigt, einen Betrag in Höhe des Einsatzes (hier eine Einheit).

- Berechnen Sie den Erwartungswert sowie Varianz und Standardabweichung für den Gewinn in einem Spiel, bei welchem auf '6' gesetzt wurde.

Betrachten Sie im Folgenden die Zufallsvariablen

X_1, X_2, \dots, X_6 : Gewinn, wenn beim ersten Wurf ein Einsatz auf 1, 2, \dots , 6 gesetzt wird.

Y_1, Y_2, \dots, Y_6 : Gewinn, wenn beim zweiten Wurf ein Einsatz auf 1, 2, \dots , 6 gesetzt wird.

sowie die möglichen Spielstrategien und zugehörige Gewinne:

$2X_6$ Gewinn, wenn beim ersten Wurf ein zweifacher Einsatz auf 6 gesetzt wird (Strategie 1).

$X_1 + X_6$ Gewinn, wenn beim ersten Wurf jeweils ein Einsatz auf 1 und 6 gesetzt wird (Strategie 2).

$X_6 + Y_6$ Gewinn, wenn beim ersten und zweiten Wurf ein Einsatz auf 6 gesetzt wird (Strategie 3).

- Berechnen Sie den erwarteten Gewinn für die drei beschriebenen Strategien.
- Berechnen Sie die Varianz des Gewinns in den drei Strategien. Welche Strategie würden Sie als die riskanteste ansehen?

Aufgabe 3 (Selbststudium)

Betrachten Sie folgende Rechenregeln für den Erwartungswert und die Varianz mit den Zufallsvariablen X und Y . Geben Sie jeweils an, ob die Regeln richtig sind, bzw. unter welchen Bedingungen sie korrekt sind!

a) $E(X + a) \stackrel{?}{=} E(X)$

b) $E(Y + X) \stackrel{?}{=} E(X) + E(Y)$

c) $E(X - Y) \stackrel{?}{=} 0$

d) $\text{Var}(X + Y) \stackrel{?}{=} \text{Var}(X) + \text{Var}(Y)$

e) $\text{Var}(X - Y) \stackrel{?}{=} \text{Var}(X) - \text{Var}(Y)$

f) $E(X^2) \stackrel{?}{=} \text{Var}(X)$

g) $\text{Var}(aX) \stackrel{?}{=} a \text{Var}(X)$