

Lösungsnotizen Aufgabe 2

Erläuterung zur Kombinatorik in c) (für Berechnung von $\text{Var}(X_1 + X_6)$)

Gewinn	Würfelnkombinationen	Anzahl	Wahrscheinlichkeit
-2	weder 1 noch 6: abc mit $a,b,c=2,\dots,5$	$4 \cdot 4 \cdot 4$	$\frac{64}{216} \approx 0.29630$
0	eine 1 oder 6: ab6, a6c, 6bc, ab1, a1c, 1bc mit $a,b,c=2,\dots,5$	$6 \cdot 4 \cdot 4$	$\frac{96}{216} \approx 0.44444$
1	zwei 1, keine 6: a11, 1b1, 11c mit $a,b,c=2,\dots,5$	$4 \cdot 3$	$\frac{12}{216}$
	zwei 6, keine 1: a66, 6b6, 66c mit $a,b,c=2,\dots,5$	$4 \cdot 3$	$\frac{12}{216}$
			$\Rightarrow P(\{1\}) = \frac{24}{216} \approx 0.11111$
2	eine 1 und eine 6: 1b6, 6b1, b16, b61, 16b, 61b mit $b=2,\dots,4$	$6 \cdot 4$	$\frac{24}{216}$
	dreimal 6: 666	1	$\frac{1}{216}$
	dreimal 1: 111	1	$\frac{1}{216}$
			$\Rightarrow P(\{2\}) = \frac{24+1+1}{216} \approx 0.12037$
3	eine 1 und zwei 6 : 166, 616, 661	3	$\frac{3}{216}$
	eine 6 und zwei 1: 611, 161, 116	3	$\frac{3}{216}$
			$\Rightarrow P(\{3\}) = \frac{6}{216} \approx 0.02778$
Summe		216	1

Fazit:

Strategie	Wertebereich	$P(\{-2\})$	$P(\{6\})$
$2X_6$	-2,2,4,6	0.579	0.005
$X_1 + X_6$	-2,0,1,2,3	0.296	0
$X_6 + Y_6$	-2,0,1,2,3,4,5,6	0.335	0.335

Nebenrechnungen:

- Wahrscheinlichkeit für den maximalen *Gewinn* $P(\{6\})$:
 - Strategie 1:
 $P(2X_6 = 6) = P(X_6 = 3) = \frac{1}{216} \approx 0.005$
 - Strategie 2:
 $P(X_1 + X_6 = 6) = P(X_1 = 3 \cap X_6 = 3) = P(\emptyset) = 0$
 - Strategie 3:
 $P(X_6 + Y_6 = 6) = P(X_6 = 3 \cap Y_6 = 3) = P(X_6 = 3) \cdot P(Y_6 = 3) = \left(\frac{1}{216}\right)^2 \approx 0.335$
- Wahrscheinlichkeit für den maximalen *Verlust* $P(\{-2\})$:
 - Strategie 1:
 $P(2X_6 = -2) = P(X_6 = -1) \stackrel{a)}{=} \frac{125}{216} \approx 0.579$
 - Strategie 2:
 $P(X_1 + X_6 = -2) \stackrel{c)}{=} 0.296$
 - Strategie 3:
 $P(X_6 + Y_6 = -2) = P(X_6 = -1 \cap Y_6 = -1) = P(X_6 = -1) \cdot P(Y_6 = -1) = \left(\frac{1}{216}\right)^2 \approx 0.335$