

Aufgabe 1

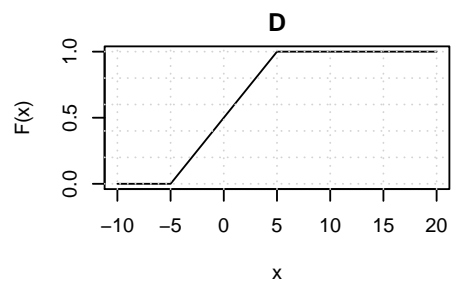
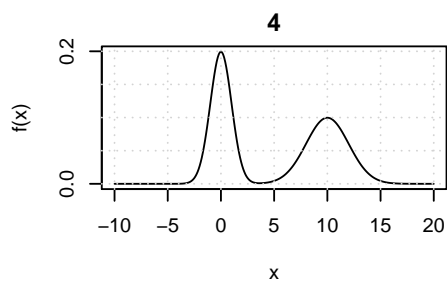
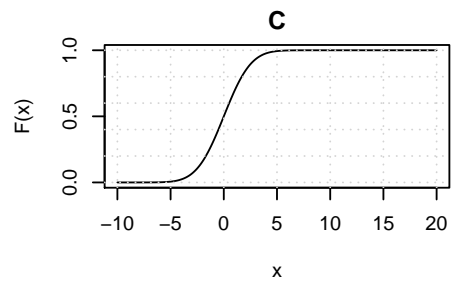
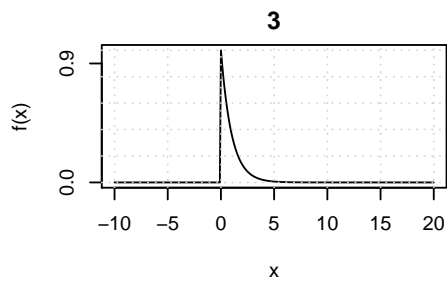
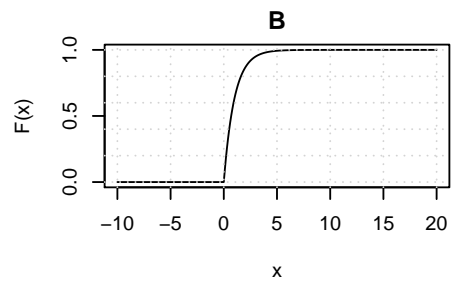
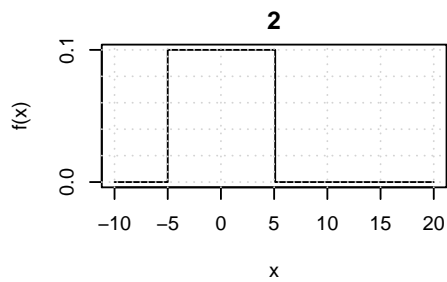
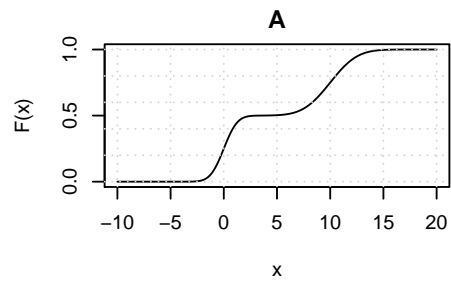
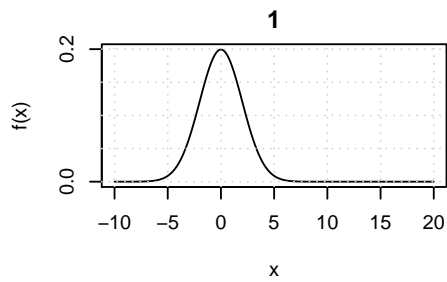
Zur Modellierung von Lebensdauern wird häufig die sogenannte Exponentialverteilung herangezogen mit Dichtefunktion

$$f(x) = \begin{cases} \lambda \exp(-\lambda x), & \text{für } x \geq 0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} .$$

- a) Skizzieren Sie die Dichte der Exponentialverteilung.
- b) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion der Exponentialverteilung.
- c) Die Lebensdauer X eines Laptops sei exponentialverteilt mit $\lambda = 0.25$. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ...
 - (i) ... der Laptop spätestens nach drei Jahren kaputt geht.
 - (ii) ... die Lebensdauer des Laptops mindestens fünf Jahre beträgt.
 - (iii) ... der Laptop mindestens 2 Jahre und höchstens 7 Jahre funktioniert.
- d) Wie findet man graphisch anhand der Dichte bzw. anhand der Verteilungsfunktion die gesuchte Wahrscheinlichkeit?

Aufgabe 2

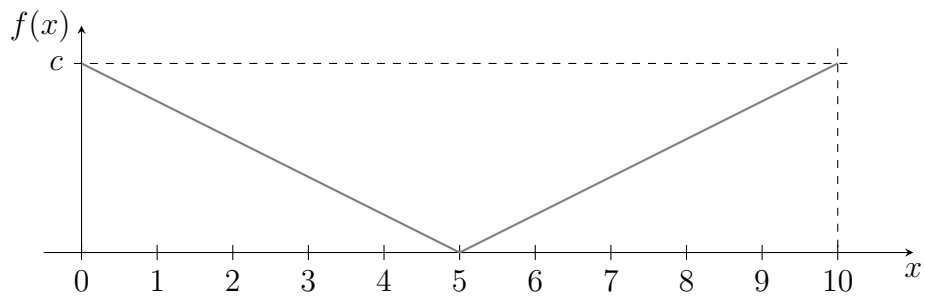
Betrachten Sie folgende Dichtefunktionen (links) und Verteilungsfunktionen (rechts).



- a) Ordnen Sie jeder Dichtefunktion die zugehörige Verteilungsfunktion zu! Haben Sie eine Vermutung, um welche Verteilungen es sich handelt?
- b) Bestimmen Sie aus den Grafiken $P(X = 7)$, $P(X \leq 5)$ und $P(0 \leq X \leq 5)$.

Aufgabe 3

Für die Wartezeit bis auf den Bus, der alle 10 Minuten fährt, soll die unten skizzierte Dichte gelten.



a) Geben Sie eine Formel für die skizzierte Dichte an.

Hinweise:

- Bestimmen Sie zunächst c .
- Für die Fläche eines Dreiecks gilt: Fläche = $0.5 \cdot \text{Breite} \cdot \text{Höhe}$.
- Machen Sie für die Formel die Fallunterscheidung $x \in [0, 5]$ vs. $x \in (5, 10]$ vs. sonst.

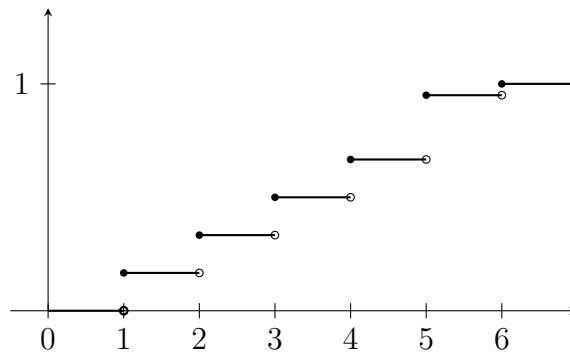
b) Zeigen Sie, dass für die Verteilungsfunktion gilt:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ \frac{1}{50}(10x - x^2) & \text{für } x \in [0, 5] \\ \frac{1}{50}(x^2 - 10x) + 1 & \text{für } x \in (5, 10] \\ 1 & \text{für } x > 10 \end{cases}$$

Aufgabe 4 (Selbststudium)

Man betrachtet als Zufallsexperiment den einfachen Würfelwurf mit einem fairen Würfel, d.h. die Augenzahlen 1 bis 6 sind jeweils gleichwahrscheinlich. Das Experiment werde durch die Zufallsvariable X beschrieben.

- Wie lautet der Träger der Verteilung von X ?
- Korrigieren Sie folgende falsche Verteilungsfunktion von X :



- Wie könnte man die Verteilung von X noch graphisch darstellen?
- Beschreiben Sie verbal folgende Mengen/Ereignisse und geben Sie auch ihre Wahrscheinlichkeiten an!
 - $\{X \leq 3\}$, $\{X < 3\}$, $\{X \leq 3.5\}$, $\{X < 3.5\}$,
 - $\{2 \leq X \leq 5\}$
 - $\{X = 2\} \cup \{X = 4\} \cup \{X = 6\}$