Aufgabe 1

a) In einer kleinen Grundschule gibt es in jeder der vier Jahrgangsstufen 30 Schüler. Den Schulchor dürfen nur Kinder aus der dritten und vierten Klasse besuchen. Die Schüler verteilen sich nach folgender Tabelle auf den Chor:

	Klasse 1	Klasse 2	Klasse 3	Klasse 4
im Chor	0	0	5	15
nicht im Chor	30	30	25	15

Bestimmen sie für ein aus allen Schülern durch einfache Zufallsauswahl ausgewähltes Kind die Wahrscheinlichkeit, dass es im Schulchor ist.

Hinweis: Benutzen Sie dazu die folgende Formel und kennzeichnen Sie die zugrundeliegenden Mengen in einem Venn-Diagramm.

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A \cap B_i)\,.$$

Warum darf diese Formel hier benutzt werden?

b) Von einer zweiten Schule sind nur folgende Daten bekannt:

	kocht gerne	ist gut in Mathe
im Chor	10	20
nicht im Chor	80	70

Kann man auch für die zweite Schule mit der obenstehenden Formel die Wahrscheinlichkeit berechnen, dass ein durch einfache Zufallsauswahl aus allen Schülern (der zweiten Schule) ausgewähltes Kind im Schulchor ist? Zeichnen Sie das entsprechende Venn-Diagramm.

c) Bestimmen Sie aus der ersten Tabelle die folgenden Wahrscheinlichkeiten. Definieren Sie dazu Ereignisse und formulieren Sie die gesuchten Wahrscheinlichkeiten formal. Welche Bezugspopulation wird jeweils betrachtet?

(i) P(Kind ist im Chor, wenn es in Klasse 4 ist)

(ii) P(Kind ist im Chor und in Klasse 4)

(iii) P(Kind ist Klasse 4, wenn es im Chor ist)

(iv) P(Kind ist in Klasse 4)

(v) P(Kind ist in Klasse 2, wenn es im Chor ist)

d) Sie betrachten nun zusätzlich das Ereigniss B: Schüler trägt eine Brille. Die Ereignisse K_i und C bezeichnen jeweils "Kind ist ist in Klasse i" und "Kind ist im Chor". Verbalisieren Sie folgende Wahrscheinlichkeiten:

(i) $P((C \cap B) \cup K_4)$

(ii) $P(C \setminus B)$

(iii) $P(B \cap C|\overline{K_1})$

Aufgabe 2

a) Wie lässt sich Unabhängigkeit unter Verwendung von bedingten Wahrscheinlichkeiten aufschreiben?

b) Leiten Sie den entsprechenden Zusammenhang her.

c) Überlegen Sie sich ein eigenes Beispiel, das diese Informationssicht verdeutlicht.

Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass gilt:

$$P(A|B) = P(B|A) \cdot \frac{P(A)}{P(B)}.$$