

**Aufgabe 15** (Eine kleine Kurvendiskussion)

Betrachten Sie die Funktion  $f(x) = -\frac{1}{20}x^3 + 15x$

- Untersuchen Sie die Symmetrie der Funktion.
- Untersuchen Sie das Grenzverhalten der Funktion bei  $x \rightarrow +\infty$  und  $x \rightarrow -\infty$ .
- Bestimmen Sie die Nullstellen sowie Extremwerte der Funktion.
- Zeichnen Sie den Graphen der Funktion.

**Aufgabe 16** (Taylor-Reihe)

Bestimmen Sie die Taylor-Reihe der Funktion  $f(x) = \ln(x)$  mit Entwicklungspunkt  $x_0 = 1$ .

**Aufgabe 17** (Partielle Ableitungen)

- Rekapitulieren Sie den Begriff der partiellen Ableitung erster Ordnung, welcher in der Vorlesung behandelt wurde.
- Berechnen Sie den Gradienten folgender Funktionen  $f$ :
  - $f(x, y) = 2x^3 + 3x^2y - y^3 - 17x$
  - $f(x, y) = e^{(x-1)^2 + (y-2)^2}$
  - $f(x, y, z) = x^3 \cos(y) + 3\sqrt{z}$
- Berechnen Sie die Jacobi-Matrix der folgenden Funktionen  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ :

$$f\left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} x^2 + y^2 + z \cdot \sin(x) \\ z^2 + z \cdot \sin(y) \end{pmatrix}.$$

$$f\left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} \sin(xy) + \cos(z + y) \\ \ln\left(\frac{z}{y}\right) \cdot x \end{pmatrix}.$$