

Aufgabe 4 (Vollständige Induktion)

Beweisen Sie mit Hilfe der vollständigen Induktion.

a) $\sum_{i=0}^n \left(\frac{1}{2}\right)^i = 2 - \frac{1}{2^n}$

b) $\sum_{i=1}^n \frac{1}{i(i+1)} = \frac{n}{n+1}$

c) $\sum_{i=1}^n (2i - 1) = n^2$

Aufgabe 5 (Vollständige Induktion)

Beweisen Sie die Ungleichungen mit Hilfe der vollständigen Induktion.

a) $2^n > n$ für $n \in \mathbb{N}$

b) $2^n > n^2$ für $n \geq 5$

c) $2^n > n^3$ für $n \geq 10$

Aufgabe 6 (Einführung Folgen)

a) Was versteht man unter einer reellen Folge? Rekapitulieren Sie die entsprechende Definition, welche Sie in der Vorlesung kennengelernt haben.

b) Schreiben Sie die ersten 5 Folgenglieder der Folge $z_n = 2n - 1, n \in \mathbb{N}$ auf.

c) Gegeben sei folgende Wertetabelle:

| n | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ... |
|-------|-----|---------------|---------------|----------------|----------------|-----|
| a_n | 6 | 11 | 16 | 21 | 26 | ... |
| b_n | 800 | 400 | 200 | 100 | 50 | ... |
| c_n | 0 | 1 | 1 | 2 | 3 | ... |
| d_n | 1 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{9}$ | $\frac{1}{16}$ | $\frac{1}{25}$ | ... |

- Schreiben Sie a_n , b_n , c_n und d_n explizit als Folgen.
- Um welche speziellen Folgen handelt es sich bei den Folgen c_n und d_n ? Geben Sie jeweils ein Anwendungsbeispiel an.
- Sind die gegebenen Folgen nach oben oder nach unten beschränkt?
- Sind die gegebenen Folgen (streng) monoton steigend oder (streng) monoton fallend?