

Aufgabe 1

Gegeben sei ein Entscheidungsproblem $\mathfrak{A} := (\mathbb{A}, \Theta, u(\cdot))$, wobei $|\mathbb{A}| < \infty$.

- (a) Wiederholen Sie zunächst die aus der Vorlesung bekannten Begriffe der *randomisierten Aktion* und der *gemischten Erweiterung* (siehe Folien, S. 36 ff.). Warum können *reine* Aktionen (d.h. Elemente von \mathbb{A}) als spezielle randomisierte Aktionen angesehen werden?
- (b) Machen Sie sich Gedanken über den Sinn oder Unsinn der Betrachtung von randomisierten Aktionen. Beziehen Sie dabei auch die möglichen \mathfrak{A} zugrunde liegenden Unsicherheitstypen in Ihre Argumentation ein. Verdeutlichen Sie Ihre Meinung anhand von geeigneten Beispielen.

Aufgabe 2

Zeigen Sie: Sind \mathcal{M}_1 und \mathcal{M}_2 zwei konvexe Teilmengen eines \mathbb{R} -Vektorraums \mathbb{V} , so ist auch ihr Durchschnitt $\mathcal{M}_1 \cap \mathcal{M}_2$ konvex. Was lässt sich über die Vereinigung $\mathcal{M}_1 \cup \mathcal{M}_2$ sagen?

Aufgabe 3

Betrachten Sie folgendes vereinfachtes Behandlungsproblem: Ein Patient klagt über Symptome, die entweder von einer vergleichsweise harmlosen Entzündung (Umweltzustand θ_1) oder von einer schweren Erkrankung stammen (Umweltzustand θ_2). Der Arzt habe zudem zwei Behandlungsmöglichkeiten: eine leichte symptombezogene Behandlung (Aktion a_1) oder eine spezifische Behandlung, bezogen auf die schwere Krankheit (Aktion a_2). Das Problem führe auf folgende Verlusttafel:

	θ_1	θ_2
a_1	0	30
a_2	10	0

Zur Unterstützung seiner Entscheidung führt der Arzt einen medizinischen Test durch. Dieser habe nur zwei verschiedene potentielle Ergebnisse: „positiv“, d.h. Verdacht auf schwere Krankheit, und „negativ“, also kein Verdacht. Ferner sei bekannt, dass der medizinische Test eine Sensitivität (Wahrscheinlichkeit eines positiven Testergebnisses bei Vorliegen der schweren Erkrankung) von 90% besitzt, sowie eine Spezifität (Wahrscheinlichkeit eines negativen Testergebnis bei Vorliegen von nur der leichten Erkrankung) von 80%.

- (a) Formalisieren Sie dieses Problem als datengestütztes Entscheidungsproblem und skizzieren Sie den Entscheidungsbaum!
- (b) Bestimmen Sie das zugehörige Auswertungsproblem!