

Aufgabe 4

Gegeben sei das folgende Entscheidungsproblem $\mathfrak{A} := (\mathbb{A}, \Theta u(\cdot))$ in Nutzenform:

| $u(a_i, \theta_j)$ | θ_1 | θ_2 | θ_3 | θ_4 |
|--------------------|------------|------------|------------|------------|
| a_1 | 20 | 15 | 10 | 30 |
| a_2 | 30 | 10 | 10 | 20 |
| a_3 | 20 | 40 | 0 | 20 |

Die Unsicherheit zwischen den verschiedenen Umweltzuständen werde durch die *Credalmenge*

$$\mathcal{M} := \left\{ \pi \mid \pi(\{\theta_1\}) \leq \dots \leq \pi(\{\theta_4\}) \right\}$$

von Wahrscheinlichkeitsmaßen π auf $(\Theta, 2^\Theta)$ charakterisiert.

- Fallen Ihnen Situationen ein, für welche eine solche Beschreibung der Unsicherheit passend sein könnte? Falls nicht, warum?
- Erstellen Sie ein lineares Optimierungsproblem zur Berechnung der unteren Erwartungsnutzen $\underline{\mathbb{E}}_{\mathcal{M}}(u(a_i))$ (wobei $i = 1, 2, 3$).¹
- Berechnen Sie in \mathbb{R} die Werte $\underline{\mathbb{E}}_{\mathcal{M}}(u(a_1))$, $\underline{\mathbb{E}}_{\mathcal{M}}(u(a_2))$ und $\underline{\mathbb{E}}_{\mathcal{M}}(u(a_3))$ ² und bestimmen Sie eine optimale reine Aktion nach dem Max E Min-Kriterium. Welche Grundhaltung hat ein Anwender dieses Kriteriums zur Ambiguität?
- Handelt es sich bei a_1 um eine E-admissible Aktion? Begründen Sie Ihre Antwort! Beschreiben Sie in eigenen Worten den Grundgedanken der E-Admissibilität. Halten Sie diesen für sinnvoll?
- Welchem aus der Vorlesung bekannten Entscheidungskriterium entspricht die E-Admissibilität, falls die Credalmenge \mathcal{M} nur ein Element enthält? Begründen Sie Ihre Antwort!
- Welchem aus der Vorlesung bekannten Entscheidungskriterien entspricht das Max E Min-Kriterium, falls die Credalmenge \mathcal{M} der Menge aller Wahrscheinlichkeitsmaße auf $(\Theta, 2^\Theta)$ entspricht? Welchem falls sie nur aus einem Element besteht? Begründen Sie Ihre Antworten!

Formalitäten:

- Die Aufsätze können auf Deutsch oder Englisch geschrieben werden.
- Die Abgabefrist ist Montag, der 25.7.2015, 23:59 Uhr (MESZ).
- Bitte senden Sie Ihren Aufsatz (fristgerecht, als Pdf-Datei " $\langle \text{Ihr Name} \rangle$ _Aufgabe4.pdf" und mit dem Betreff "[ET-Aufgabe 4]") per E-Mail an christoph.jansen@stat.uni-muenchen.de.
- Zur groben Orientierung: Der Aufsatz sollte ca. 2–4 Seiten lang sein (gerechnet auf eine maximale Schriftgröße von 12 pt, höchstens 3 cm Seitenrand und maximal 1.5-fachen Zeilenabstand).

¹*Hinweis:* Überlegen Sie sich hierzu, wie man die Bedingung $\pi \in \mathcal{M}$ als System (endlich vieler) linearer Ungleichungen darstellen kann. Formulieren Sie anschließend das erhaltene System als Matrixungleichung um die allgemeine Form eines Standard-Minimum-Problems zu erhalten.

²Sollte Ihnen die Bestimmung des linearen Programms in Teilaufgabe a) nicht gelungen sein, so können Sie die für die Teilaufgabe benötigten unteren Erwartungsnutzen auch "von Hand" berechnen. Stellen Sie dazu für allgemeines π den Erwartungsnutzen der jeweiligen Aktion auf und überlegen Sie sich, für welches Element von \mathcal{M} dieser minimal wird.