

# Wiederholungsaufgaben

(Besprechung 15.01.2015)

## Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass für das Skalarprodukt gilt:

$$\langle \mathbf{x} + \mathbf{z}, \mathbf{y} \rangle = \langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle + \langle \mathbf{z}, \mathbf{y} \rangle$$

## Aufgabe 2

Gegeben seien die folgenden Matrizen

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 4 & 2 \\ -1 & -1 & -1 & -2 \\ 2 & -5 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 2 \\ 0 & -2 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- Bringen Sie die Matrix  $\mathbf{A}$  auf Dreiecksform.
- Deuten Sie an, wie man Teilaufgabe a) mittels des Algorithmus 1.1 (Skript, Seite 28) lösen kann.
- Berechnen Sie die Determinante von  $\mathbf{A}$  sowie die Determinante von  $\mathbf{B}$ .
- Sind die Matrizen  $\mathbf{A}$  und  $\mathbf{B}$  regulär?
- Sind die Spaltenvektoren der beiden Matrizen jeweils linear unabhängig?
- Spannen die Spaltenvektoren der Matrizen jeweils eine Basis des  $\mathbb{R}^4$  auf?
- Berechnen Sie  $sp(\mathbf{A}\mathbf{B}')$ .

## Aufgabe 3

Untersuchen Sie, ob es sich bei folgenden Mengen um Unterräume des  $\mathbb{R}^2$  handelt:

- $U_1 = \{(x, y)' \in \mathbb{R}^2 \mid y = x^2\}$
- $U_2 = \{(x, y)' \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq y\}$
- $U_3 = \{(x, y)' \in \mathbb{R}^2 \mid y = 2x\}$ .

## Aufgabe 4

Richtig oder falsch?

- a) Ein lineares Gleichungssystem hat entweder genau eine oder unendlich viele Lösungen.
- b) Im  $\mathbb{R}^3$  sind höchstens drei Vektoren linear unabhängig.
- c) Sei  $\mathbf{A}$  eine  $(7 \times 7)$ -Matrix. Eine Inverse  $\mathbf{A}^{-1}$  existiert genau dann, wenn gilt:  $\text{rg}(\mathbf{A}) = 7$ .
- d) Sei  $\mathbf{A}$  eine invertierbare  $(m \times m)$ -Matrix, dann gilt: Es lassen sich mehrere Matrizen  $\mathbf{A}^{-1}$  finden, für die  $\mathbf{A}\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{I}$  gilt.