

**Aufgabe 15** (Algorithmus)

Gegeben sei die Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Bringen Sie die Matrix auf Dreiecksgestalt, indem Sie explizit den Algorithmus 1.2 (Skript S. 28) heranziehen.

Wiederholungsaufgaben:

**Wiederholungsaufgabe 1**

Gegeben seien die Matrizen  $\mathbf{A}$  und  $\mathbf{B}$  sowie der Vektor  $\mathbf{y}$ :

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{y} = \begin{pmatrix} 7 \\ 6 \end{pmatrix}$$

- Zeichnen Sie den Vektor  $\mathbf{y}$  in ein kartesisches Koordinatensystem ein.
- Berechnen Sie das Produkt  $\mathbf{B}\mathbf{y}$  und zeichnen Sie den Ergebnisvektor  $\mathbf{b}$  ebenfalls in das Koordinatensystem. Wie lässt sich die mit  $\mathbf{B}$  durchgeführte Operation geometrisch interpretieren?
- Sind die Vektoren  $\mathbf{b}$  und  $\mathbf{y}$  orthogonal? Begründen Sie ihre Antwort.
- Lösen Sie das Gleichungssystem  $\mathbf{A}\mathbf{x}=\mathbf{y}$ .
- Berechnen Sie das Produkt  $\mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{x}$ . Warum ist das Ergebnis verschieden von  $\mathbf{b}$ ?

## Wiederholungsaufgabe 2

Richtig oder falsch? (Begründung/Beispiel oder kurzer Beweis gefordert)

- Für Matrizen  $\mathbf{A}$  und  $\mathbf{B}$  passender Ordnung gilt: Aus  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{0}$  folgt, dass  $\mathbf{A} = \mathbf{0}$  oder  $\mathbf{B} = \mathbf{0}$  gelten muss.
- Sei  $\mathbf{1}_n = (1, 1, \dots, 1)'$  der n-dimensionale Einsvektor und  $\mathbf{1}\mathbf{1}_n$  die Einismatrix. Dann gilt:  $\mathbf{1}'_n \mathbf{1}\mathbf{1}_n \mathbf{1}_n = \mathbf{n}$ .
- Das Skalarprodukt ist symmetrisch in  $\mathbf{x}$  und  $\mathbf{y}$  (dh  $\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle = \langle \mathbf{y}, \mathbf{x} \rangle$ ).
- Es gilt  $\|\mathbf{x}\| = 0 \Rightarrow \mathbf{x} = \mathbf{0}$ .