

Aufgabe 4 (Wiederholung: Abbildungen)

Sei $f : D \rightarrow W$ eine Abbildung mit $D = \{d_1, d_2, d_3, d_4\}$ und $W = \{w_1, w_2, w_3, w_4, w_5\}$ sowie $f(d_1) = w_2$, $f(d_2) = w_5$, $f(d_3) = w_4$, $f(d_4) = w_3$.

- Ist die Abbildung f injektiv, surjektiv oder gar bijektiv?
- Geben Sie $f^{-1}(\{w_1\})$ an.

Aufgabe 5 (Rechnen mit Vektoren)

Gegeben seien die Vektoren $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ sowie der Skalar $\lambda = 1.5$.

Berechnen Sie (falls möglich)

- $\mathbf{x} + \mathbf{y}$
- $\mathbf{x} - \mathbf{y}$
- $\lambda \cdot \mathbf{x}$
- $-\frac{1}{\lambda} \cdot \mathbf{x}$
- $\frac{1}{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{x}$

und skizzieren Sie jeweils auch die entsprechende geometrische Veranschaulichung.

Aufgabe 6 (Orthogonale Vektoren)

- Gegeben seien die Vektoren $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\mathbf{z} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix}$.

Welche dieser Vektoren sind zueinander orthogonal?

- Berechnen Sie den zu $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ orthogonalen Vektor $\mathbf{y} = \begin{pmatrix} -2 \\ y_2 \end{pmatrix}$.
Gibt es weitere Lösungen?

Aufgabe 7 (Länge und Abstand von Vektoren)

a) Berechnen Sie den Abstand zwischen den Vektoren $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

Wie lässt sich dieser Abstand veranschaulichen?

b) Berechnen Sie die Länge des Vektors $\mathbf{z} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$