

Aufgabe 29 (Determinante und Spur)

Betrachten Sie die folgenden Matrizen:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \\ 5 & 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

- Berechnen Sie die Determinanten der gegebenen Matrizen.
- Berechnen Sie die Spur der gegebenen Matrizen sowie $sp(2\mathbf{A})$ und $sp(\mathbf{B}')$.

Aufgabe 30

Bei welchen Fragestellungen ist es sinnvoll die Determinante einer Matrix zu berechnen? Betrachten Sie beispielsweise Satz 4.5 des Skripts als Ausgangspunkt und nennen Sie zwei passende Problemsituationen.

Aufgabe 31

Gegeben seien die Matrizen

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

- Bestimmen Sie die Inverse \mathbf{A}^{-1} , \mathbf{B}^{-1} , \mathbf{C}^{-1} .
- Gegeben sei die $(n \times n)$ -Matrix $\mathbf{D} = \text{diag}(d_1, \dots, d_n)$ mit $d_i \neq 0$. Bestimmen Sie eine Matrix \mathbf{C} , so dass gilt $\mathbf{CD} = \mathbf{I}_n$