

**Aufgabe 28** (Determinante von  $2 \times 2$ -,  $3 \times 3$ - und speziellen Matrizen)

Berechnen Sie die Determinante der folgenden Matrizen:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ -3 & 8 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ -6 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 4 & -6 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$
$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 16 & 1 & 27 \\ 16 & 1 & 27 \\ 1 & 4 & 13 \end{pmatrix} \quad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 9 & 10 \\ 5 & 2 & 3 & 5 \end{pmatrix} \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 0 & 7 & 5 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

**Wiederholungsaufgaben****Aufgabe 1**

Gegeben seien die Matrizen

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 2 & 12 & 7 \\ 1 & 10 & 6 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & 6 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

- Lässt sich das Produkt  $\mathbf{AB}$  der beiden Matrizen berechnen? Begründen Sie kurz Ihre Aussage und berechnen Sie dieses falls möglich.
- Multiplizieren Sie entsprechende Elementarmatrizen, um die Matrix  $\mathbf{B}$  auf obere Dreiecksgestalt zu bringen.
- Ist die Matrix  $\mathbf{B}$  regulär?
- Sind die Spaltenvektoren der Matrix  $\mathbf{B}$  linear unabhängig? Kann man daraus schließen, dass die Spaltenvektoren von  $\mathbf{B}$  eine Basis des  $\mathbb{R}^3$  aufspannen? Begründen Sie kurz Ihre Aussage.
- Berechnen Sie die Determinante der Matrix  $\mathbf{A}'$ .

## Aufgabe 2

Gegeben sei die lineare Abbildung  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  mit

$$f\left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 2x - 3y \\ x - 2y + z \end{pmatrix}.$$

Als Basis des  $\mathbb{R}^3$  soll die Standardbasis verwendet werden und die Basis des Zielraums sei durch die Basisvektoren  $\mathbf{b}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$  und  $\mathbf{b}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  beschrieben.

Bestimmen Sie die entsprechende Matrixdarstellung von  $f$ .