

Aufgabe 1

Sei $A = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$ und $B = \{\alpha, a\}$.

- Schreiben Sie $A \cup B$ und $A \cap B$ explizit als Mengen. Geben Sie zudem die Menge $A \cap \emptyset$ an.
- Geben Sie $|A|$ und $|B|$ an.
- Bilden Sie die Potenzmenge von A und die Potenzmenge von B .
- Bilden Sie das kartesische Produkt $A \times B$. Wie viele Elemente hat die Potenzmenge dieser resultierenden Menge.

Aufgabe 2

A und B seien Mengen. Zeigen Sie, dass

- $A \cap B = B \cap A$
- $A \setminus B = A \cap \bar{B}$
- $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$
- $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$.

Machen Sie sich dies jeweils auch anhand eines Venn-Diagramms klar.

Aufgabe 3

Betrachten Sie die folgenden reellen Funktionen:

$$f_1(x) = 3x^2 + 1, \quad f_2(x) = e^{-2x} \quad \text{und} \quad f_3(x) = \ln(x).$$

- Sind die Abbildungen jeweils injektiv, surjektiv oder gar bijektiv?
- Bestimmen Sie die inverse Abbildung von f_2 .
- Wie lautet die verkettete Funktion $f_3 \circ f_2$?
- Bestimmen Sie das vollständige Urbild von $V = [0, 1]$ unter f_3 .