Aufgabe 1

Beweisen Sie zu Satz 10.9 die Teile (a) - (e).

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Bedingte Erwartung einer Zufallsvariablen X, die Cauchy-verteilt ist mit Skalenparameter 1, auf einer von den disjunkten Mengen $A, B \subset \Omega$ erzeugten σ-Algebra, wobei deren Elemente keine Nullmengen sind.

Hinweis: Die Dichte hat hier die folgende Gestalt:

$$f_X(x) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{1+x^2}\,, \qquad -\infty < x < \infty\,.$$

Aufgabe 3

Stellen Sie ein Produktmaß $\lambda_1 \otimes \lambda_2$ auf einem Produktmessraum $(\Omega_1 \times \Omega_2, \mathcal{A}_1 \otimes \mathcal{A}_2)$ als gemeinsame Verteilung bezüglich eines Markov-Kerns und eines Wahrscheinlichkeitsmaßes dar.

Aufgabe 4

Formulieren Sie mit Hilfe einer Likelihood einen Markov-Kern. Zeigen Sie für diesen die Eigenschaften eines Markov-Kerns. Gehen Sie von einer Normalverteilung mit bekannter fester Varianz und variabler Lage aus.