

# Übersicht zu fehlenden Daten

Seminar: Statistische Herausforderungen im Umgang mit fehlenden  
bzw. fehlerbehafteten Daten

Alexander Pokatilo

Betreuerin: Eva Endres

Seminarleiter: Prof. Dr. Thomas Augustin

Institut für Statistik, LMU

21. November 2014

# Übersicht

## 1 Einführung

- Definition
- Ursachen
- Konsequenzen

## 2 Missing Data Pattern

## 3 Missingmechanismen

- Missing Completely at Random
- Missing at Random
- Not Missing at Random
- Ignorierbarkeit

## 4 Behandlungsmethoden

- Fallreduktion
- Imputationsverfahren

# Definition

Als existierend angenommene und als Reaktion auf einen Reiz hervorrufbare Werte, deren Beobachtung intendiert ist, die nicht beobachtet werden und nicht ohne Unsicherheit aus anderen Informationen ableitbar sind. (M.Spieß, 2008)

# Mögliche Ursachen

- fehlerhaftes Untersuchungsdesign (missverständliche Fragen)
- interviewerbedingte (Skip-Fehler)
- befragtenbedingte (Antwortverweigerung)
- Unvollständigkeit von Sekundärdaten
- Datenaufbereitungsfehler (Codierung-, Übertragungsfehler)

# Konsequenzen

- technische Probleme bei der Auswertung
- verzerrte Schätzer
- reduzierte Aussagekraft der Analyse

# Übersicht

## 1 Einführung

- Definition
- Ursachen
- Konsequenzen

## 2 Missing Data Pattern

## 3 Missingmechanismen

- Missing Completely at Random
- Missing at Random
- Not Missing at Random
- Ignorierbarkeit

## 4 Behandlungsmethoden

- Fallreduktion
- Imputationsverfahren

# Missing Data Pattern

Missing Data Pattern beschreiben die Struktur der fehlenden Werten im Datensatz.

Man kann drei Grundmuster der fehlenden Daten definieren:

- **Univariater Ausfall** (Item-Nonresponse)
- **Multivariater Ausfall** (Unit-Nonresponse)
- **Monoton fehlende Werte** (Panelattrition)
- **Allgemeines Ausfallmuster**

# Ausfallmuster (Uni- und Multivariater Ausfall)

## Item-Nonresponse

$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$
$x_{11}$	$x_{12}$	$x_{13}$	$x_{14}$	$x_{15}$
$x_{21}$	$x_{22}$	$x_{23}$	$x_{24}$	$x_{25}$
$x_{31}$	$x_{32}$	$x_{33}$	$x_{34}$	.
$x_{41}$	$x_{42}$	$x_{43}$	$x_{44}$	.
$x_{51}$	$x_{52}$	$x_{53}$	$x_{54}$	.

- Einzelne Werte bei einer Variable fehlen
- z.B. Einkommen

## Unit-Nonresponse

$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$
$x_{11}$	$x_{12}$	$x_{13}$	$x_{14}$	$x_{15}$
$x_{21}$	$x_{22}$	$x_{23}$	$x_{24}$	$x_{25}$
$x_{31}$	$x_{32}$	.	.	.
$x_{41}$	$x_{42}$	.	.	.
$x_{51}$	$x_{52}$	.	.	.

- Extremfall von Item-Nonresponse
- Ganze Einheiten fehlen
- z.B. jede Auskunft verweigert

# Ausfallmuster (Monotones und Allgemeines Muster)

## Monotoner Ausfall

$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$
$x_{11}$	$x_{12}$	$x_{13}$	$x_{14}$	$x_{15}$
$x_{21}$	$x_{22}$	$x_{23}$	$x_{24}$	.
$x_{31}$	$x_{32}$	$x_{33}$	.	.
$x_{41}$	$x_{42}$	.	.	.
$x_{51}$	.	.	.	.

## Allgemeines Muster

$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$
$x_{11}$	$x_{12}$	$x_{13}$	.	$x_{15}$
.	$x_{22}$	$x_{23}$	.	$x_{25}$
$x_{31}$	$x_{32}$	.	$x_{34}$	.
$x_{41}$	.	$x_{43}$	$x_{44}$	.
$x_{51}$	.	$x_{53}$	$x_{54}$	$x_{55}$

- Panelattrition
- Einheiten scheiden im Verlauf der Studie aus und kehren nicht zurück (Umzug, Tot)

# Übersicht

## 1 Einführung

- Definition
- Ursachen
- Konsequenzen

## 2 Missing Data Pattern

## 3 Missingmechanismen

- Missing Completely at Random
- Missing at Random
- Not Missing at Random
- Ignorierbarkeit

## 4 Behandlungsmethoden

- Fallreduktion
- Imputationsverfahren

# Missingmechanismen

Rubin (1976) und Little und Rubin (2002) entwarfen ein Konzept zur Beschreibung von Mechanismen, die zu fehlenden Werten führen. Diese Missingmechanismen sind:

- **Missing Completely at Random (MCAR)**
- **Missing at Random (MAR)**
- **Not Missing at Random (NMAR)**

Falsche Annahmen bzgl. Mechanismus können zu verzerrten Ergebnissen führen.

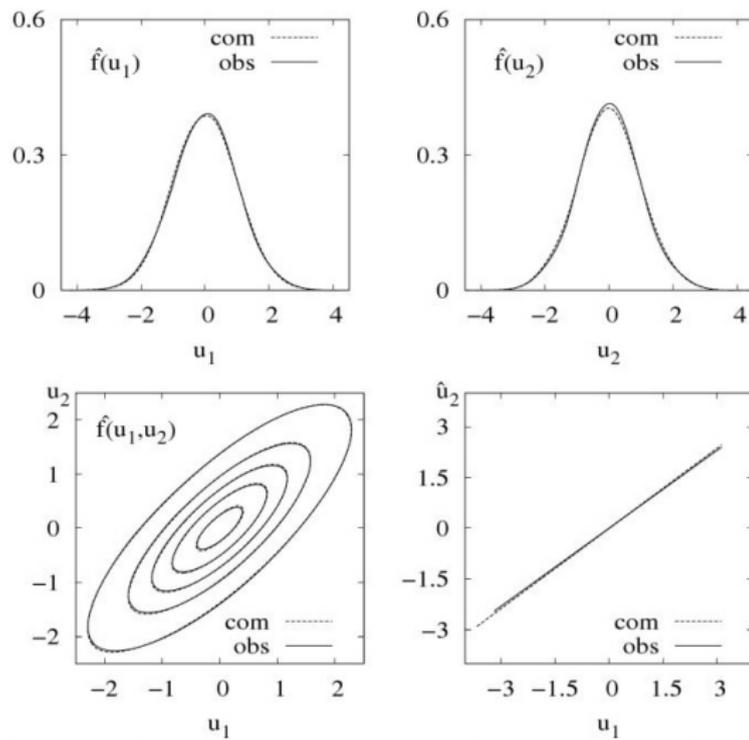
# Missing Completely at Random (MCAR)

Der Antwortausfall ist rein zufällig und steht weder mit der Ausprägung des Merkmals noch mit anderen Variablen in Verbindung.

$$f(M|Y_{obs}, Y_{mis}, \phi) = f(M|\phi) \quad \text{für alle } Y_{obs}, Y_{mis}, \phi$$

- Idealfall
- beobachtete Werte als Zufallsstichprobe von der ursprünglich vollständigen Stichprobe
- Test auf MCAR von Little für stetige Variablen

# Missing Completely at Random (MCAR)



- 2000 Wertepaare  $(u_1, u_2)$
- ca. 50% der Werte von  $u_1$  nach MCAR gelöscht
- (fast) keine Verzerrungen sichtbar

Abbildung: aus Spieß(2008)[S.6]

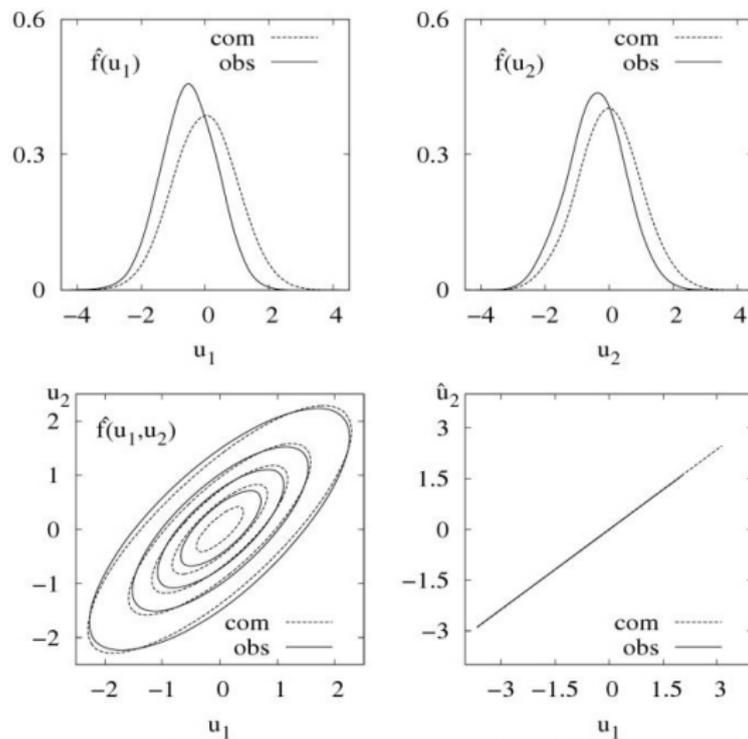
# Missing at Random (MAR)

Das Auftreten von fehlenden Werten steht zumindest teilweise im Zusammenhang mit beobachteten Werten anderer Variablen.

$$f(M|Y_{obs}, Y_{mis}, \phi) = f(M|Y_{obs}, \phi) \quad \text{für alle } Y_{mis}, \phi$$

- abhängig fehlende Werte
- nach Kontrolle der Abhängigkeiten von beobachteten Variablen hängen  $M_j$  nicht mehr von  $Y_j$
- weniger strenge Bedingung als MCAR
- Bsp.: fehlende Einkommen-Angaben hängen vom Alter, nicht aber von der Höhe des Einkommens

# Missing at Random (MAR)



- deutliche Verzerrungen uni- und bivariaten Verteilungen
- Regression unverzerrt

Abbildung: aus Spieß(2008)[S.8]

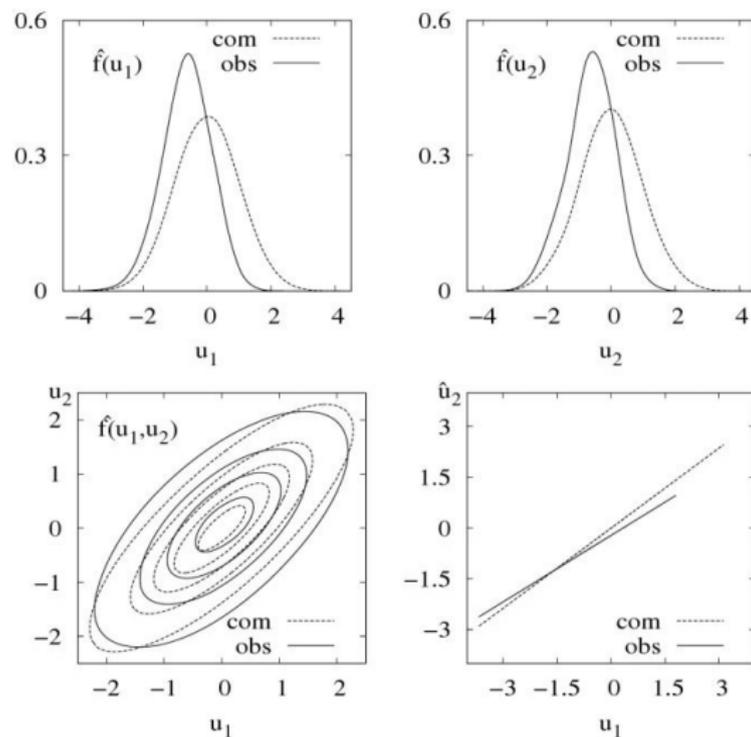
# Not Missing at Random (NMAR)

Wahrscheinlichkeit für Auftreten von fehlenden Werten hängt auch nach der Kontrolle aller Einflussgrößen von unbeobachteten Werten (der Variable oder anderen nicht erhobenen Merkmalen) ab.

$$f(M|Y_{obs}, Y_{mis}, \phi)$$

- *nonignorable nonresponse*
- Bsp.: Befragten mit hohem Einkommen haben dessen Eingabe häufiger verweigert

# Not Missing at Random (NMAR)



- uni- und bivariaten Verteilungen und Regressionsbeziehung sind verzerrt

Abbildung: aus Spieß(2008)[S.9]

# Ignorierbarkeit

Kann man bei der Analyse den unbekanntem Missingmechanismus ignorieren?

Es ist möglich, wenn günstige für die Inferenz Eigenschaften des Schätzers erhalten werden. Zwei Voraussetzungen nach Rubin(1976):

- MAR
- Distinktheit (stochastische Unabhängigkeit) der Parametern des Modells und des Missingmechanismus

⇒ NMAR ist nicht ignorierbar!

# Anmerkungen

- Unterscheiden zwischen MAR und NMAR allein auf der Basis der beobachteten Werten unmöglich
- Missingmechanismus muss nicht für alle Einheiten identisch sein
- auch bei MCAR mögliche Probleme mit Software bei der Auswertung

# Übersicht

## 1 Einführung

- Definition
- Ursachen
- Konsequenzen

## 2 Missing Data Pattern

## 3 Missingmechanismen

- Missing Completely at Random
- Missing at Random
- Not Missing at Random
- Ignorierbarkeit

## 4 Behandlungsmethoden

- Fallreduktion
- Imputationsverfahren

# Bebehandlung von fehlenden Werten

- Fallreduktion (Complete Case, Available Case)
- Ersetzungsmethoden
  - ▶ Mittelwert-, Median-, Modusimputation
  - ▶ Regressionsmethoden
  - ▶ Hot-, Cold-Deck Techniken
  - ▶ Substitution
  - ▶ ML-Algorithmus
  - ▶ ...

# Complete Case Analyse aka Listwise Deletion

Nur Fälle mit gültigen Werten für alle beteiligten Variablen werden berücksichtigt

- einfache Anwendung
- univariate Statistiken vergleichbar, da gleicher Stichprobenumfang.
- Informationsverlust
- Verzerrung bei MAR oder NMAR
- Fallzahl kann sehr gering sein (z.B. bei 20 Variablen und 10% Chance auf MD für jede Variable wird nur 13% der Fälle vollständig)

# Available Case Analyse aka Pairwise Deletion

Es werden alle Fälle benutzt, die bei zu interessierenden Variablen vollständig sind

- Verwendung aller Daten
- unterschiedliche Fall-Basis für die Analyse

⇒ Vergleichbarkeit erschwert

In Extremfall sind Korrelationen so inkonsistent, dass eine indefinite Korrelationsmatrix resultiert ⇒ fehlerhafte Regressionsanalyse

# Complete Case Vs. Available Case

- beide Methoden sind generell nicht zufriedenstellend
- bei mäßigen Korrelationen und MCAR - paarweise Behandlung möglich
- bei starken Korrelationen - fallweise Behandlung

# Mittelwertimputation

Fehlende Werte werden durch Mittelwert der Variable ersetzt

- einfache Durchführung
- aber es werden keine neue Informationen beigefügt  
⇒ Verzerrte Verteilung der Variable, Unterschätzte Varianz und Kovarianz
- es können unrealistische Werte auftreten

Beispiel aus Cohen et al. (2003):

Gehalt und Zitierungsniveau der Publikationen

<b>Analysis</b>	<b>N</b>	<b>r</b>	$\beta$	<b>St.Error</b>
Complete cases	62	.55	310.747	60.95
Mean inputation	69	.54	310.747	59.13

**Keine empfehlenswerte Methode.**

# Regressionsimputation

Vorhersage der fehlenden Werten mit dem Regressionsmodell, anhand von Variablen mit vollständigen Beobachtungen. Voraussetzungen:

- MCAR oder MAR
- symmetrische Verteilung der Zielgrösse
- monotoner Missingmechanismus

Vor- und Nachteile:

- Berücksichtigung der Unsicherheit durch Residuum (stochastische Regressionsimputation)
- unrealistische Werte können auftreten
- Reduzierung des Standardfehlers, da grössere Stichprobe, aber keine neue Information

# Hot-Deck-Methode

Ersetzen durch beobachtete Variablenwerte, die aus Einheiten mit ähnlichen Charakteristiken zufällig gezogen werden.

- Verteilung der Variable unter MCAR nicht verletzt
- Wahl der Variablen, die Ähnlichkeit beurteilen, ist subjektiv
- verschiedene Ziehungsmethoden denkbar (z.B. mit/ohne Zurücklegen, sequentielle Hot-Deck Imputation)

# Cold-Deck-Methode

Donor-Einheiten für Ersetzung stammen aus einer externen Quelle derselben Population (z.B. Voruntersuchung)

- Verteilung der Variable unter MCAR nicht verletzt
- Ersetzung durch konstanten Wert oder ähnlich wie bei Hot-Deck
- Anwendbarkeit eingeschränkt, da die Bezugsquelle oft fehlt

# Anmerkungen

- bei fast allen Methoden der einfachen Imputation bleibt Unsicherheit nicht berücksichtigt
- Standardfehler der Schätzer systematisch unterschätzt
- Möglichkeit scheinbar signifikanter Ergebnisse

# Literatur

- Balthes-Götz, B. (2013). Behandlung fehlender Werte in SPSS und Amos. Zentrum für Informations-, Medien und Kommunikationstechnologie (ZIMK), Trier
- Cohen, J. & Cohen, P., West, S. G. & Aiken, L. S. (2003). Applied Multiple Regression/Correlation Analysis for the Behavioral Sciences, 3rd edition. Mahwah, N.J.: Lawrence Erlbaum
- Little, R. J. A und Rubin, D. B. (2002). Statistical Analysis with Missing Data. John Wiley & Sons, New Jersey.
- Mayer, B. (2010) Fehlende Werte in klinischen Verlaufsstudien - Der Umgang mit Studienabbrechern, Ulm
- Schnell, R. (1986) Missing-Data-Probleme in der empirischen Sozialforschung, Bochum
- Spieß, M. (2008). Missing-data-Techniken: Analyse von Daten mit fehlenden Werten. LIT Verlag, Münster

Ende

**Vielen Dank für die Aufmerksamkeit!**

# Test von Little auf MCAR

T-Tests bei unterschiedlicher Varianz<sup>a</sup>

	GRADRAT	CSAT	LNENROLL	STUFAC	RMBRD
T	.	6,6	4,2	-1,4	4,3
df	.	56,8	110,3	99,5	53,6
P(2-seitig)	.	,000	,000	,153	,000
Anzahl vorhanden	1204	732	1202	1204	735
Anzahl fehlend	0	47	95	96	48
Mittelwert (Vorhanden)	60,41	973,71	6,1994	14,762	4,1893
Mittelwert (Fehlend)	.	878,68	5,7635	16,077	3,4686

Für jede quantitative Variable werden Gruppenpaare durch Indikatorvariablen gebildet (vorhanden, fehlend).

a. Indikatorvariablen mit weniger als 5% fehlend werden nicht angezeigt.

Abbildung: aus Baltes-Götz, B. (2013)[S.16]