

### Aufgabe 1

Schreiben Sie in R eine Funktion, die die Pfade der diskreten einfachen Irrfahrt auf der Geraden für gegebene Wahrscheinlichkeiten  $p$ ,  $q$  und  $r$  (mit  $p + q + r = 1$ ) sowie gegebene Länge  $n$  simuliert und visualisiert. Testen Sie Ihr Programm mit verschiedenen Kombinationen für  $p$ ,  $q$  und  $r$  und visualisieren Sie die Pfade. Wie müsste das Programm verändert werden, um eine diskrete Irrfahrt mit absorbierenden Schranken zu simulieren?

### Aufgabe 2

Es sei der folgende Pfad einer einfachen Irrfahrt gegeben:

$$0 \rightarrow 1 \rightarrow 0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 0 \rightarrow -1 \rightarrow -2$$

- Stellen Sie die Likelihood  $L(p, q, r | \text{Daten})$  auf.
- Bestimmen Sie die Maximum-Likelihood-Schätzer  $\hat{p}_{ML}$ ,  $\hat{q}_{ML}$  und  $\hat{r}_{ML}$ .
- Wie sehen die ML-Schätzer für eine allgemeine Realisation  $X_0, \dots, X_n$  aus?
- Schreiben Sie in R eine Funktion, die für einen gegebenen Pfad die ML-Schätzer berechnet und testen Sie diese anhand der in Aufgabe 1 simulierten Irrfahrten.

### Aufgabe 3

Modifizieren Sie Ihre Funktion aus Aufgabe 1 derart, dass anstelle der konstanten Schrittweiten und Zeitintervalle von 1 variable Sprünge  $\Delta x$  sowie Zeitintervalle  $\Delta t$  zugelassen sind. Benutzen Sie dazu die Parametrisierung

$$\Delta x = \frac{\sigma}{\sqrt{c}} \quad \text{und} \quad \Delta t = \frac{1}{c},$$

wobei  $\sigma$  und  $c$  bekannte Parameter sind, die Sie mit Ihrer Funktion variieren können. Visualisieren Sie die Pfade insbesondere für  $p = q = \frac{1}{2}$  und  $c \rightarrow \infty$ . Welche Art von stochastischem Prozess ergibt sich in diesem Fall?