ACHTUNG: Es handelt sich nur um Lösungsnotizen, nicht um vollständige Lösungen!

Lösungsnotizen Aufgabe 26

a)

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^{n} \frac{X_i - \mu}{\sigma} &= \frac{1}{\sqrt{10000}} \sum_{i=1}^{10000} \frac{X_i - 100}{\sqrt{10000}} \\
&= \frac{1}{10000} \sum_{i=1}^{10000} (X_i - 100) \\
&= \frac{1}{10000} \sum_{i=1}^{10000} X_i - \frac{1}{10000} \cdot 10000 \cdot 100 \\
&= \bar{X} - 100 \overset{a}{\sim} N(0,1) \\
&\Longrightarrow \bar{X} \overset{a}{\sim} N(100,1)
\end{aligned}
$$

b)

$$
\begin{aligned}
P(\bar{X} > 101) &= P(\bar{X} - 100 > 1) \\
&\approx 1 - \Phi(1) \\
&\approx 1 - 0.841 = 0.159
\end{aligned}
$$

Lösungsnotizen Aufgabe 29

a)

$$E(T_a) = E(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i) = \frac{1}{n}E(\sum_{i=1}^{n} X_i)) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} E(X_i) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\mu = \frac{1}{n}n\mu = \mu$$

$$\begin{aligned} E(T_b) &= E(\frac{1}{3}\left(X_3 + X_5 + X_7\right)) = \frac{1}{3}E\left(X_3 + X_5 + X_7\right) \\ &= \frac{1}{3}E(X_3)E(X_5)E(X_7) = \frac{1}{3}\cdot 3\mu = \mu \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(T_c) &= E(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\frac{1}{3}X_i + 3)) = \frac{1}{n}E(\sum_{i=1}^{n}(\frac{1}{3}X_i + 3) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}E(\frac{1}{3}X_i + 3) \\ &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{3}E(X_i) + E(3)\right) = \frac{1}{n}\left(\frac{1}{3}\sum_{i=1}^{n}E(X_i) + \sum_{i=1}^{n}E(3)\right) \\ &= \frac{1}{n}\left(\frac{1}{3}n\mu + n\cdot 3\right) = \frac{1}{3}\mu + 3 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} \mathrm{Var}(T_a) &= \mathrm{Var}(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i) = \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}\mathrm{Var}(X_i) = \frac{1}{n^2}\cdot n\sigma^2 = \frac{1}{n}\sigma^2 \\ \mathrm{Var}(T_b) &= \mathrm{Var}(\frac{1}{3}\left(X_3 + X_5 + X_7\right)) = \frac{1}{9}\mathrm{Var}(X_3 + X_5 + X_7) = \frac{1}{9}\cdot 3\cdot\sigma^2 = \frac{1}{3}\sigma^2 \end{aligned}$$

Da $n > 7$ vorausgesetzt wurde ist die Varianz von T_a kleiner als die Varianz von T_b.