

Aufgabe 14

Ein Zufallsexperiment besteht im Werfen einer Münze mit $\Omega = \{\text{Kopf}, \text{Zahl}\}$. Das Experiment wird durch die Zufallsgröße X beschrieben mit

$$\begin{aligned} \{X = 1\} &= \text{Kopf}, & P(\{X = 1\}) &= p, \\ \{X = 0\} &= \text{Zahl}, & P(\{X = 0\}) &= 1 - p. \end{aligned}$$

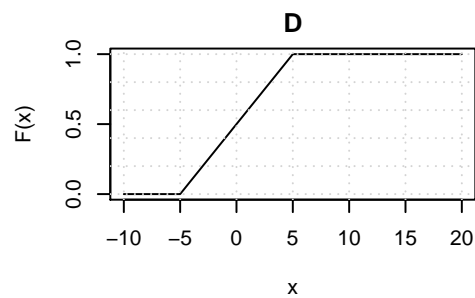
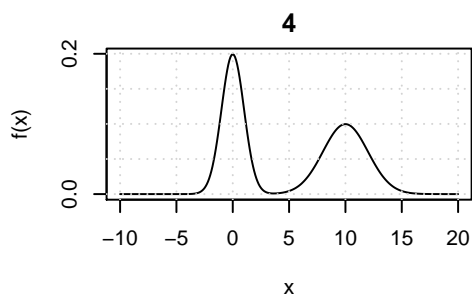
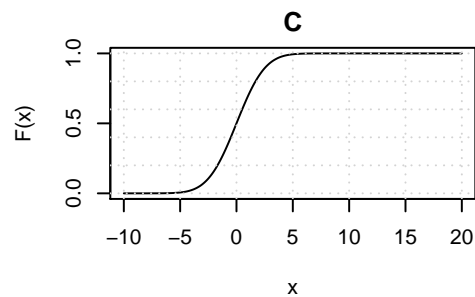
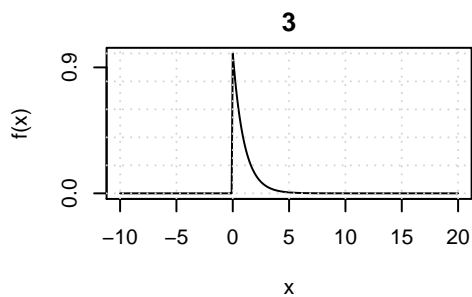
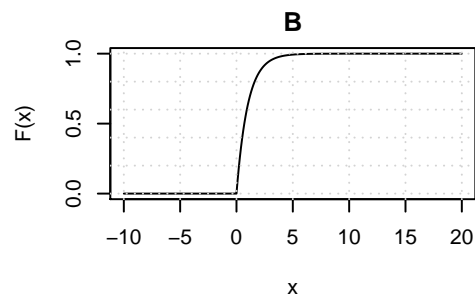
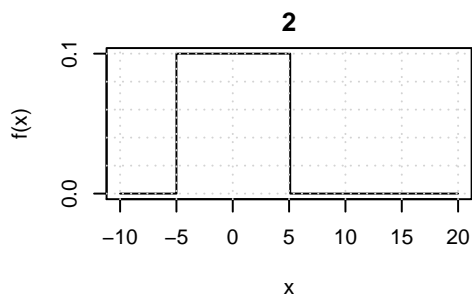
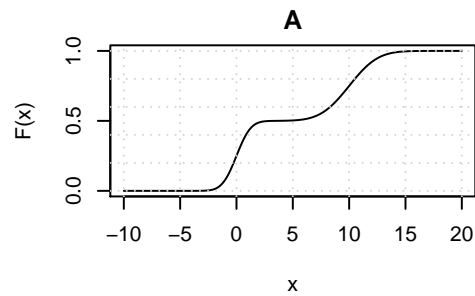
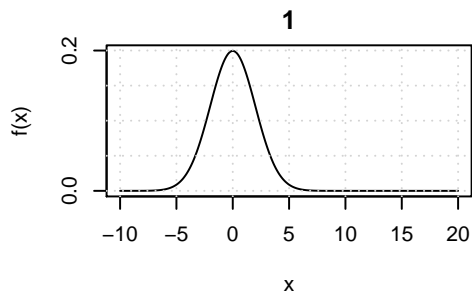
Nun werde die Münze unabhängig viermal hintereinander geworfen, wobei der i -te Wurf durch die Zufallsvariable $X_i, i = 1, \dots, 4$ beschrieben wird.

Die Zufallsvariable Z wird definiert als $Z := \sum_{i=1}^4 X_i$.

- a) Interpretieren Sie die Zufallsvariable Z .
- b) Welche Werte kann Z annehmen?
- c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten für alle möglichen Werte von Z .
- d) Zeichnen Sie die Verteilungsfunktion von Z für $p = \frac{1}{2}$ und $p = \frac{1}{3}$.
- e) Bestimmen Sie aus den Verteilungsfunktionen für $p = \frac{1}{2}$ und $p = \frac{1}{3}$ die Wahrscheinlichkeiten, mindestens zwei Mal Kopf zu erhalten.

Aufgabe 15

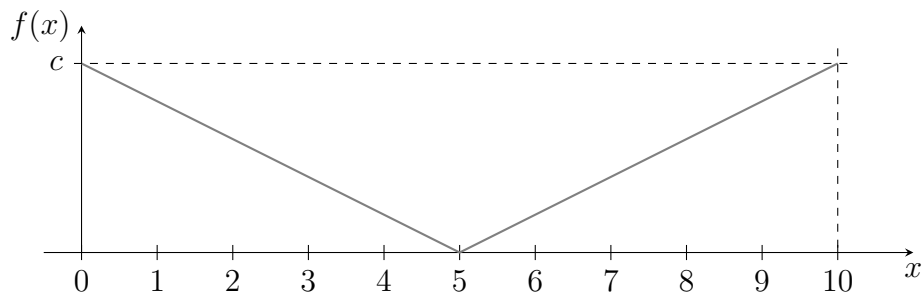
Betrachten Sie folgende Dichtefunktionen (links) und Verteilungsfunktionen (rechts).



- Ordnen Sie jeder Dichtefunktion die zugehörige Verteilungsfunktion zu! Haben Sie eine Vermutung, um welche Verteilungen es sich handelt?
- Bestimmen Sie aus den Grafiken folgende Wahrscheinlichkeiten:
 $P(X = 7)$, $P(X \leq 5)$ und $P(0 \leq X \leq 5)$.

Aufgabe 16

Für die Wartezeit bis auf den Bus, der alle 10 Minuten fährt, soll die unten skizzierte Dichte gelten.



a) Geben Sie eine Formel für die skizzierte Dichte an.

Hinweise:

- Bestimmen Sie zunächst c .
- Für die Fläche eines Dreiecks gilt: Fläche = $0.5 \cdot \text{Breite} \cdot \text{Höhe}$.
- Machen Sie für die Formel die Fallunterscheidung $x \in [0, 5]$ vs. $x \in (5, 10]$ vs. sonst.

b) Zeigen Sie, dass für die Verteilungsfunktion gilt:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ \frac{1}{50}(10x - x^2) & \text{für } x \in [0, 5] \\ \frac{1}{50}(x^2 - 10x) + 1 & \text{für } x \in (5, 10] \\ 1 & \text{für } x > 10 \end{cases}$$