

Aufgabe 6

- a) Wie lässt sich Unabhängigkeit unter Verwendung von bedingten Wahrscheinlichkeiten aufschreiben?
- b) Leiten Sie den entsprechenden Zusammenhang her.
- c) Überlegen Sie sich ein eigenes Beispiel, das diese Informationssicht verdeutlicht.

Aufgabe 7

Eine Bank setzt ein Verfahren zur Kreditwürdigkeitsprüfung ein. Das Verfahren soll sicherstellen, dass nur Kunden einen Kredit erhalten, die den Kredit auch zurückzahlen. Der Anteil der ‚schlechten Kunden‘ betrage aufgrund langjähriger Erfahrungen 3%. Das Prüfungsverfahren führt bei 90% der ‚schlechten Kunden‘ zu einer Ablehnung des Kreditantrags. Leider wird durch das Prüfungsverfahren auch in 10% der Fälle bei den ‚guten Kunden‘ der Kreditantrag abgelehnt.

- a) Welche Wahrscheinlichkeiten sind unbedingt, bzw. bedingt?
- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein als positiv eingestuftes Kunde auch tatsächlich ein „guter“ Kunde ist.
- c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Kreditnehmer, bei dem das Prüfverfahren zu einem negativen Ergebnis kommt, tatsächlich ein „schlechter Kunde“ ist.

Aufgabe 8

Deine beste Freundin ruft Dich völlig aufgelöst an. Sie hat einen Hepatitis-Test gemacht, und das Ergebnis war positiv.

Über den Hepatitis-Test hat das Labor folgende Informationen veröffentlicht:

- Bei 9 750 von 10 000 getesteten kranken Personen ergab der Test ein positives Ergebnis. Die Sensitivität des Tests beträgt also 97.5%.
- Bei 9 300 von 10 000 getesteten nicht kranken Personen ergab der Test ein negatives Ergebnis. Die Spezifität des Tests beträgt also 93%.

Aus der medizinischen Fachliteratur ist bekannt, dass die Prävalenz von Hepatitis in Europa 0,3% beträgt.

- a) Kannst Du die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Deine Freundin wirklich Hepatitis hat, direkt an diesen Zahlen ablesen?
- b) Wie hoch ist bei ihrem positiven Testergebnis die Wahrscheinlichkeit, dass sie wirklich Hepatitis hat?

Aufgabe 9

Von Interesse ist die Wahrscheinlichkeit, dass Bastian Schweinsteiger beim Elfmeterschießen ein Tor erzielt. Diesbezüglich werden die Experten Jogi Löw, Jupp Heynckes und Jürgen Klinsmann gefragt, wobei sie hierfür folgende subjektive Wahrscheinlichkeiten angeben:

- JL (Modell 1, kurz M_1): $P_S = 1$
- JH (Modell 2, kurz M_2): $P_S = 0.6$
- JK (Modell 3, kurz M_3): $P_S = 0.9$

Die Theorien der drei Experten sollen als gleich wahrscheinlich angesehen werden.

Es sei nun bekannt, dass Schweinsteiger seinen letzten Elfmeter erfolgreich geschossen hat (Ereignis D). Wie sehen die a-posteriori Wahrscheinlichkeiten $P(M_1|D)$, $P(M_2|D)$ und $P(M_3|D)$ aus?