Blatt 1 Notizen Mathe für Wiwis

Aufgabe 1

a) $a^b \cdot a^c = a^{b+c}$

Basen gleich

b) $a^b \cdot c^b = (a \cdot c)^b$

Exponenten gleich

c) $\frac{a^b}{a^c} = a^b \cdot a^{-c} = a^{b-c}$ [Erinnerung: $\frac{1}{a} = a^{-1}$]

d) $(a^b)^c = a^{b \cdot c}$

e) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[4]{a}} = \frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{4}}} = a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{-\frac{1}{4}} = a^{\frac{2}{4} - \frac{1}{4}} = a^{\frac{1}{4}}$

$(\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}})$

f) $\frac{1}{a^{-2}} = a^2$

g) $\ln(a \cdot b) = \ln(a) + \ln(b)$

h) $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$

i) $\ln\left(\frac{1}{b}\right) = \underbrace{\ln(1)}_{=0} - \ln(b) = -\ln(b)$

j) $\exp((\ln(a)\cdot b) = a^b$

k) $\ln\left(\prod_{i=1}^{n} a_i^{b_i}\right) = \sum_{i=1}^{n} b_i \cdot \ln(a_i)$

## Aufgabe 2

a) $\dfrac{1}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}$ Erweitern des ganzen Bruchs mit Hauptnenner $= \dfrac{xy}{\frac{xy}{x}+\frac{xy}{y}} = \dfrac{xy}{y+x}$

b) Binomische Formeln:

1.) $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

2.) $(a-b) = a^2-2ab+b^2$

3.) $(a-b)(a+b) = a^2-b^2$

$\dfrac{x^2-y^2}{x+y} = \dfrac{(x-y)(x+y)}{x+y} = x-y$

c) $(a(a(a(a+b)))) = a^3(a+b) = a^4+a^3b$

d) $\ln(\sqrt[3]{e}) = \ln(e^{\frac{1}{3}}) = \ln(\exp(1)^{\frac{1}{3}}) = \frac{1}{3}\cdot\ln(\exp(1))$

$= \frac{1}{3}\cdot 1 = \frac{1}{3}$

e) $\exp(x\cdot\ln 2) = \exp(\ln 2^x) = 2^x$

# ~~A~~ Aufgabe 3

a) $x^2 = 9 \;|\; ^{\frac{1}{2}} \Rightarrow x_1 = 3 \,;\, x_2 = -3 \Rightarrow \mathbb{L} = \{3; -3\}$

b) $x^2 + 3x = 4 \;|-4 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 = 0$

1. Möglichkeit: p/q - Formel $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$,

wobei p und q aus Gleichung abzulesen sind:

$$x^2 + px - q = 0$$

2. Möglichkeit: a-b-c - Formel ("Mitternachtsformel")
zum Nachschlagen: Wikipedia -> Quadratische Gleichungen (generell gut für Wissenslücken...)

Hier Lösung über p/q - Formel:

$p = 3 \;;\; q = -4$

$x_1 = -\frac{3}{2} - \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 4} = -4$

$x_2 = -\frac{3}{2} + \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 4} = 1$

$\Rightarrow \mathbb{L} = \{-4; 1\}$

c) $\frac{x+2}{x+3} = y \;|\cdot x+3 \Leftrightarrow x+2 = y(x+3)$

$\Leftrightarrow x+2 = yx + 3y \;|-2 \Leftrightarrow x = yx + 3y - 2 \;|-yx$

$\Leftrightarrow x - yx = 3y - 2 \Leftrightarrow x(1-y) = 3y - 2 \;|\cdot \frac{1}{1-y}$

$\Leftrightarrow x = \frac{3y-2}{1-y}$

d) $\sqrt{x-9}=1 \quad |^2 \Rightarrow x-9=1 \quad |+9 \Leftrightarrow x=10$

$\mathbb{L}=\{10\}$

e) $5\sqrt{4x-5}=20 \quad |:5 \Leftrightarrow \sqrt{4x-5}=4 \quad |^2$

$\Rightarrow 4x-5=16 \quad |+5 \Leftrightarrow 4x=21 \quad |\cdot\frac{1}{4} \Leftrightarrow x=\frac{21}{4}$

$\mathbb{L}=\{\frac{21}{4}\}$

f) $2^x=64 \quad |\ln \Rightarrow \ln 2^x = \ln 64$

$\Leftrightarrow x\ln 2 = \ln 64 \quad |\cdot\frac{1}{\ln 2} \Leftrightarrow x=\frac{\ln 64}{\ln 2}$

$\Leftrightarrow x=6$

Bitte ~~Bead~~ beachten: "ln 64" ist eine Zahl, ~~eine~~ den Ausdruck "ln" <u>nicht</u> in dieser Weise vereinfachen:

$$\frac{\ln 64}{\ln 2} = \frac{\cancel{\ln}\,64}{\cancel{\ln}\,2} = \frac{64}{2} = \ldots$$

$$\frac{\ln a}{\ln b} \text{ "}\neq\text{" } \frac{\cancel{\ln}\,a}{\cancel{\ln}\,b} \quad !$$

g) $243^x=3 \quad |\ln \Rightarrow x\cdot\ln 243=\ln 3 \quad |\cdot\frac{1}{\ln 243}$

$\Leftrightarrow x=\frac{\ln 3}{\ln 243}=\frac{1}{5}$

h) $2^{x+1}=8 \quad |\ln \Rightarrow (x+1)\ln 2=\ln 8 \quad |\cdot\frac{1}{\ln 2}$

$\Leftrightarrow x+1=3 \Leftrightarrow x=2$

i) $a^{x+5} = a^{12}$ ; $x = 7$

j) $3^x \cdot 2^x = 36^{x-1} \Leftrightarrow (3 \cdot 2)^x = 36^{x-1}$

$\Leftrightarrow \quad 6^x = 36^{x-1}$ ; $x = 2$

## Aufgabe 4

a) $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{9}{12} + \frac{10}{12} = \frac{19}{12}$

b) $\frac{7}{9} + \frac{7}{12} = \frac{28}{36} + \frac{21}{36} = \frac{49}{36}$

c) $\frac{3}{8} + \frac{5}{6} = \frac{9}{24} + \frac{20}{24} = \frac{29}{24}$

d) $\frac{11}{18} + \frac{7}{12} = \frac{43}{36}$

e) $\frac{43}{8} - \frac{17}{6} + \frac{3}{8} - \frac{17}{15} = \frac{107}{60}$

f) $\frac{20}{3} - \frac{\frac{2}{3}}{\frac{8}{9} + \frac{3}{2}} = \frac{20}{3} - \frac{\frac{2}{3}}{\frac{16}{18} + \frac{27}{18}} = \frac{20}{3} - \frac{\frac{2}{3}}{\frac{43}{18}}$

$= \frac{20}{3} - \frac{2}{3} \cdot \frac{18}{43} = \frac{20}{3} - \frac{36}{129} = \frac{824}{129}$

g) $\frac{\frac{7}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{31}{6} + \frac{11}{4}} = \frac{2}{5}$

h) $\frac{\frac{42}{5} - \frac{2}{3}}{\frac{11}{4} + \frac{11}{2}} = \frac{464}{495}$

## Aufgabe 5

a) $\sqrt[6]{\sqrt[5]{\sqrt[4]{x^3}}} = \left(\left(\left(x^3\right)^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{5}}\right)^{\frac{1}{6}} = \left(x^3\right)^{\frac{1}{120}} = x^{\frac{1}{40}}$

b) $\dfrac{\sqrt[10]{\sqrt[9]{x^2}}}{\sqrt[3]{\sqrt{x^{-1}}}} = x^{\frac{11}{45}}$

c) $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[5]{2} = 2^{\frac{8}{15}}$

d) $\left(\dfrac{5a^{-1}}{2^2\,6^{-3}}\right)^{-4} = \dfrac{256}{625}\,\dfrac{a^4}{6^{12}}$

$$\left.\begin{array}{l} \text{e) } \sqrt{a+b} \\ \text{f) } \sqrt{a}+\sqrt{b} \\ \text{g) } \ln(a+b) \end{array}\right\} \text{ nichts zu vereinfachen!}$$