

Aufgabe 1

Gegeben sei eine Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Berechnen Sie die Differenzenquotienten $\frac{f(x+\Delta)-f(x)}{\Delta}$ von f für die unten angegebenen Funktionsvorschriften und berechnen Sie anschließend die Ableitungen.

- a) $f(x) = x$
- b) $f(x) = c$
- c) $f(x) = x^4$.

Aufgabe 2 (Differentiationsregeln) Berechnen Sie die ersten Ableitungen folgender Funktionen. (Wenn nicht anders angegeben ist der Definitions- und Wertebereich jeweils \mathbb{R} .)

- a) $f(x) = x^n$ ($n \in \mathbb{N}$)
- b) $f(x) = \exp(x)$
- c) $f(x) = \sin(x)$
- d) $f(x) = \sin(x) \cdot \cos(x)$
- e) $f(x) = \tan(x)$ (Definitionsbereich $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, Wertebereich \mathbb{R})
- f) $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$
- g) $f(x) = e^{e^x}$
- h) $f(x) = \ln(x)$ (Definitionsbereich $(0, \infty)$, Wertebereich \mathbb{R})
- i) $f(x) = (x + 1)(x - 1)$

Aufgabe 3

Berechnen Sie die zweiten Ableitungen folgender Funktionen (Definitions- und Wertebereich jeweils \mathbb{R}):

- a) $f(x) = x^3$
- b) $f(x) = \sin(x)$
- c) $f(x) = \exp\{\lambda x\}$
- d) $f(x) = \exp\{x^2\}$
- e) $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$.

Aufgabe 4

Berechnen Sie die Ableitung folgender Funktionen von \mathbb{R} nach \mathbb{R} :

- a) $f(x) = \arctan(x)$
- b) $f(x) = \sin^2(x) + \cos^2(x)$
- c) $f(x) = a^x$ ($a \neq 0$)