

### Aufgabe 1

Sind die folgenden Funktionen stetig? (Wenn nicht anders angegeben, so handelt es sich um Funktionen  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .)

- a)  $f(x) = x$
- b)  $f(x) = |x|$
- c)  $f(x) = \exp(x)$
- d)  $f(x) = \sin(x)$
- e)  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \lim_{n \rightarrow \infty} x^n$

### Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass für zwei stetige Funktionen  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  die Summe

$$f + g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto f(x) + g(x)$$

ebenfalls stetig ist.

### Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass die Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \begin{cases} +1 & \text{für } x > 0 \\ -1 & \text{für } x \leq 0 \end{cases}$$

nicht stetig ist.

### Aufgabe 4

Sei die Funktion  $f$  gegeben durch:  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{falls } x \neq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$ .

Berechnen Sie, falls möglich, folgende Ausdrücke:

- a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(n)$
- b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} f\left(\frac{1}{n+1}\right)$
- c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} f\left(-\frac{1}{n+1}\right)$
- d)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
- e)  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(f(n))$
- f)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{n+1}}$

### Aufgabe 5

Besitzt die Gleichung  $x^4 = x + 1$  eine reelle Lösung?