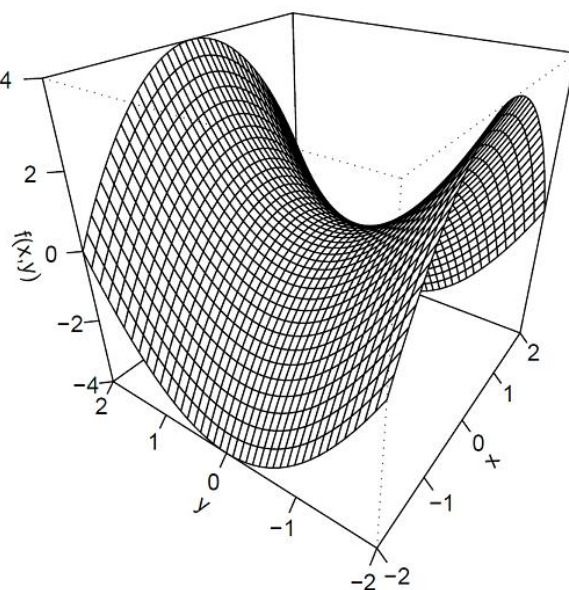


Aufgabe 19 (Höhere partielle Ableitungen und Hesse-Matrix)

- a) Rekapitulieren Sie folgende Begriffe: Gradient, Jacobi-Matrix, Hesse-Matrix.
- b) Geben Sie den Gradienten, alle zweiten partiellen Ableitungen sowie die Hesse Matrix der folgenden Funktionen an.
- $f(x, y) = ax^\alpha y^\beta$
 - $g(x, y, z) = xe^{xy} + \frac{xy}{z}$

Aufgabe 20 (Einführung: Extremwerte von Funktionen in mehreren Variablen)

Betrachten Sie die hier abgebildete Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x, y) = y^2 - x^2$.



- a) Berechnen Sie zunächst den Gradienten und die Hessematrix von f .
- b) Berechnen Sie nun die Nullstelle des Gradienten und zeichnen Sie diese in die Grafik ein. Ist die Nullstelle des Gradienten eine relative Extremstelle von f ?

Aufgabe 21 (Extremwerte von Funktionen in mehreren Variablen)

Gegeben seien die folgenden Funktionen:

$$\begin{aligned}f(x, y) &= \frac{1}{6}x^3 - x + \frac{1}{4}xy^2 \\g(x, y, z) &= 2x^2 - xy + 2xz - y + y^3 + z^2\end{aligned}$$

- Bestimmen Sie die Extremwerte von $f(x, y)$ und geben Sie unter Verwendung von Theorem 7 (Handreichung S. 61) an, ob es sich um ein relatives Maximum/Minimum oder einen Sattelpunkt handelt.
- Geben Sie für $g(x, y, z)$ die Extremwerte an und treffen Sie ihre Entscheidung bezüglich der Art des Extremwertes mit Hilfe der Hessematrix und der Begriffsbildung "Definitheit" (hier nur Entscheidung, ob relatives Maximum oder relatives Minimum oder keines von beiden verlangt).