Aufgabe 9 (Wiederholung Folgen)

a) Geben Sie - falls möglich - ein Beispiel ...
   - ... für eine beschränkte Folge, welche nicht konvergiert
   - ... für eine streng monoton fallende, beschränkte Folge, welche nicht konvergiert
   - ... für eine unbeschränkte Folge mit konvergenter Teilfolge

b) Ist die Folge $a_n = \frac{2n+1}{2n-1}$, $n \geq 1$, streng monoton fallend?

c) Gegen welchen Grenzwert konvergieren beliebige Teilfolgen von a_n?

d) Betrachten Sie die Teilfolgen b_{2k}, b_{4k+1} und b_{4k+3} der Folge $b_n = \frac{n\sin(\frac{n\pi}{2})}{n+\sin(\frac{n\pi}{2})}$, $n \in \mathbb{N}$, und geben Sie Häufungspunkte der Folge b_n an.

Aufgabe 10 (Reihen)

a) Erklären Sie, was man unter einer Reihe versteht.

b) Sind die Reihen $\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k$ und $\sum_{k=0}^{\infty}(\frac{1}{2})^k$ konvergent? Geben Sie wenn möglich den Grenzwert an.

c) Zeigen Sie, dass für die geometrische Reihe im Fall "endlicher Summen" für $q \neq 1$, $n_0 = 0$ und $n \in \mathbb{N}_0$ folgende Äquivalenz gültig ist (siehe Vorlesungsskript, S. 35):

$$\sum_{i=n_0}^{n} a_0 q^i = a_0\left(\frac{q^{n_0} - q^{n+1}}{1-q}\right)$$