

Aufgabe 1

Sei (Ω, Σ) ein Messraum mit $|\Omega| = 3$.

- (a) Stellen Sie \mathcal{P} , die Menge aller Wahrscheinlichkeitsmaße auf (Ω, Σ) , graphisch dar.
- (b) Beschreiben Sie die Menge \mathcal{P} mithilfe der Punkte $P_1 = (1, 0, 0)'$, $P_2 = (0, 1, 0)'$ und $P_3 = (0, 0, 1)'$.
Ist \mathcal{P} konvex?

Aufgabe 2

Zeigen Sie: Sind zwei Mengen \mathcal{M}_1 und \mathcal{M}_2 konvex, so ist auch ihr Durchschnitt $\mathcal{M}_1 \cap \mathcal{M}_2$ konvex.
Was lässt sich über die Vereinigung $\mathcal{M}_1 \cup \mathcal{M}_2$ sagen?

Aufgabe 3

Betrachten Sie folgendes vereinfachtes Behandlungsproblem: Ein Patient klagt über Symptome, die entweder von einer vergleichsweise harmlosen Entzündung (Umweltzustand θ_1) oder von einer schweren Erkrankung stammen (Umweltzustand θ_2). Der Arzt habe zudem zwei Behandlungsmöglichkeiten: eine leichte symptombezogene Behandlung (Aktion a_1) oder eine spezifische Behandlung, bezogen auf die schwere Krankheit (Aktion a_2). Das Problem führe auf folgende Verlusttafel:

	θ_1	θ_2
a_1	0	30
a_2	10	0

Zur Unterstützung seiner Entscheidung führt der Arzt einen medizinischen Test durch. Dieser habe nur zwei verschiedene potentielle Ergebnisse: „positiv“, d.h. Verdacht auf schwere Krankheit, und „negativ“, also kein Verdacht. Ferner sei bekannt, dass der medizinische Test eine Sensitivität (Wahrscheinlichkeit eines positiven Testergebnisses bei Vorliegen der schweren Erkrankung) von 90% besitzt, sowie eine Spezifität (Wahrscheinlichkeit eines negativen Testergebnis bei Vorliegen von nur der leichten Erkrankung) von 80%.

- (a) Formalisieren Sie dieses Problem als datengestütztes Entscheidungsproblem und skizzieren Sie den Entscheidungsbaum!
- (b) Bestimmen Sie das zugehörige Auswertungsproblem!