

Aufgabe 1 Petersburg Paradoxon

Das sog. Petersburg Paradoxon geht auf Nicolaas Bernoulli (1687 – 1759) zurück. Lesen Sie als Vorbereitung daheim die Seiten 31 ff. des folgenden Artikels von Daniel Bernoulli (Übersetzung ins Englische, veröffentlicht 1954). *Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk*. *Econometrica* 22. Dieser Artikel ist innerhalb des LRZ-Netzes (oder nach LMU-E-Medien-Login) erhältlich unter <http://www.jstor.org/stable/1909829?seq=1>.

Im Folgenden soll die Situation des sog. Petersburg Spiels genauer untersucht und das Paradox aufgezeigt werden. Beim Petersburg Spiel wird eine (ideale) Münze mit den Seiten K („Kopf“) und Z („Zahl“) genau so oft geworfen, bis zum ersten Mal „Zahl“ erscheint. Geschieht dies bereits beim ersten Mal, zahlt einem die Bank 1 €, erscheint „Zahl“ erst beim zweiten Wurf, so erhält man 2 €, beim dritten Wurf 4 €, beim vierten Wurf 8 € usw.

- (a) Welchen Preis würden Sie intuitiv für dieses Spiel zahlen?
- (b) Berechnen Sie den Erwartungswert der Auszahlung, also den „formal fairen“ Preis dieses Spiels.
- (c) Betrachten Sie die Ergebnisse aus a) und b). Wie kann man den Unterschied erklären? Was bedeutet dieser Unterschied für die Entscheidungstheorie?

Aufgabe 2 „Lieber rot als tot?“

Im Rahmen der Friedensbewegung stützen die Gegner der atomaren Aufrüstung ihre Argumentation häufig auf folgende Konsequenzentafel:

	θ_1	θ_2
a_1	c_{11}	c_{12}
a_2	c_{21}	c_{22}

- a_1 : atomare Aufrüstung
- a_2 : atomare Abrüstung
- θ_1 : Krieg
- θ_2 : Frieden
- c_{11} : „Leben“ nach einem Atomkrieg
- c_{21} : Leben unter einem verhassten Gesellschaftssystem
- c_{12} : status quo
- c_{22} : status quo *ohne* Rüstungskosten

Die Aufrüstungsgegner argumentierten dann folgendermaßen: Offensichtlich wird man c_{21} gegenüber c_{11} und c_{22} gegenüber c_{12} präferieren. Damit ist sowohl bei θ_1 als auch bei θ_2 die Aktion a_2 der Aktion a_1 überlegen. Dem Dominanzprinzip folgend sollte man also unbedingt abrüsten.

- (a) Wie beurteilen Sie (aus entscheidungstheoretischer Sicht) diese Argumentation?
- (b) Wie könnte man die Entscheidungssituation entscheidungstheoretisch geeigneter formalisieren?

Aufgabe 3 Einbettung der Schätztheorie in die Entscheidungstheorie

Versuchen Sie, die Aufgabenstellung bei der Schätzung eines unbekanntes Parameters $\nu \in \mathbb{R}$ als datenfreies Entscheidungsproblem zu formalisieren. Diskutieren Sie dabei auch verschiedene geeignete Verlustfunktionen.